



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Uso da Plataforma *Hypatiamat* e de Artefactos Concretos na Compreensão dos Números Racionais Não Negativos

Departamento de Educação da Escola Superior de Educação de Coimbra

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2021, Ana Sofia Ferreira Serra



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Ana Sofia Ferreira Serra

Uso da Plataforma *Hypatiamat* e de Artefactos Concretos na Compreensão dos Números Racionais Não Negativos

Relatório Final de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, apresentada ao Departamento de Educação da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Constituição do júri

Presidente: Professora Doutora Catarina Maria Neto da Cruz

Arguente: Professor Doutor Ricardo Manuel Neves Pinto

Orientador: Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins

Trabalho realizado sob a orientação do Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins e a coorientação do Professor Especialista Virgílio José Monteiro Rato

Abril de 2021

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Fernando Martins, pelo apoio e disponibilidade.

Ao Professor Virgílio Rato, pela coorientação e pela sua preocupação.

À Doutora Ema, pela validação dos guiões.

À Rita, por toda a paciência e dedicação.

Aos professores da licenciatura e do mestrado, pela sua generosidade.

Aos meus pais, por estarem sempre comigo.

À minha irmã, pela sua força e por ser um exemplo a seguir.

À Filipa, por ter acreditado sempre em mim e ter-me apoiado nas fases mais difíceis.

Ao Ricardo, pelos conselhos que tanto me ajudaram.

Ao Instituto de Telecomunicações no âmbito do projeto UIDB/ 50008/ 2020 financiado pela FCT/ MCTES através de fundos nacionais e quando aplicável cofinanciado por fundos comunitários.

A todas as crianças e colegas que ao longo deste percurso tanto me ensinaram.

Muito Obrigada!

O Uso da Plataforma *Hypatiamat* e de Artefactos Concretos na Compreensão dos Números Racionais Não Negativos

Resumo: O relatório final foi elaborado no Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.ºCEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.ºCEB) e encontra-se organizado em três capítulos: a Introdução, Componente Investigativa e a Componente Reflexiva.

Na Introdução é pretendido evidenciar aspetos que destacam a importância fulcral para a Professora Estagiária (PE) na sua formação como futura professora. São também apresentados os contextos de estágio, tanto no 1.º CEB, como no 2.º CEB.

A Componente Investigativa apresenta um estudo realizado numa turma do 3.º ano de escolaridade, desenvolvido em torno da questão-problema: De que modo o uso das *applets* da Plataforma *Hypatiamat* e de artefactos concretos influenciaram a compreensão dos alunos sobre conceito de números racionais não negativos, numa turma do 3.º ano de escolaridade? Para a realização do estudo foi implementada uma experiência de ensino, com recurso a artefactos concretos nomeadamente, “Reta das Frações” e “Cartolinas” e artefactos digitais, nomeadamente as *applets* da Plataforma do *Hypatiamat* – Representar Por Frações e Quero Resolver Questões de..., de forma a melhorar a compreensão dos alunos sobre os números racionais não negativos. Assim, a experiência de ensino seguiu os princípios de um estudo qualitativo, de índole interpretativa e com um design investigação-ação. Os dados foram recolhidos através dos registos escritos da professora estagiária, das produções escritas dos alunos, de registos fotográficos ao longo das sessões e de registo dos procedimentos dos alunos nas *applets* e do áudio dos seus diálogos através de *screen recording*, recorrendo ao software *FlashBack Express Recorder*. Os resultados desta experiência de ensino evidenciam que os artefactos utilizados estimularam a autonomia e a motivação dos alunos e promoveram melhorias ao nível da compreensão no conceito de números racionais não negativos.

Por fim, a Componente Reflexiva é constituída por três reflexões, uma relativa ao estágio realizados em 1.º CEB e em 2.º CEB nas áreas de Matemática e de Ciências Naturais.

Palavras-chave: artefactos concretos e digitais, conceito de fração, comparação de frações, formação de professores, 1.º ciclo do ensino básico.

The Use of the Hypatiamat Platform and Concrete Artefacts in Understanding Non-Negative Rational Numbers

Abstract: The final report was prepared in the Primary School Training and 2nd Grade School Teaching in Mathematics and Experimental Sciences and is organized in three chapters: Introduction, Investigative Component and Reflective Component.

In the Introduction, it is intended to focus aspects that highlight the central importance for the Trainee Teacher (TT) in her training as a future teacher. The internship contexts are also presented, both in the Primary School and in the and 2nd Grade School.

The Investigative Component presents a study carried out in a class of the 3rd year of schooling, developed around the issue: How did the use of Hypatiamat Platform applets and concrete artifacts influenced students' understanding of the concept of non-negative rational numbers, in a class of the 3rd year of schooling? To carry out the study, a teaching experience was implemented, using concrete artifacts, namely, “Straight from the Fractions” and “Cardboards” and digital artefacts, namely the Hypatiamat Platform applets - Representing by Fractions and I Want to Solve Matters of... , in order to improve students' understanding of the concept of non-negative rational numbers. Thus, the teaching experience followed the principles of a qualitative study, of an interpretative nature and with an investigation-action design. The data were collected through the written records of the TT, the written productions of the students, photographic records throughout the sessions and the recording of the students' procedures in the applets and the audio of their dialogues through screen recording, using the FlashBack Express Recorder software. The results of this teaching experience suggest that the artifacts used stimulated students' autonomy and motivation and promoted improvements in terms of understanding the concept of non-negative rational numbers.

Finally, the Reflective Component consists of three reflections, one relating to the internship carried out in Primary School and in 2nd Grade School in the areas of Mathematics and Experimental Science.

Keywords: specific and digital artefacts, concept of fraction, comparison of fractions, educational practice, Primary School.

Sumário

Lista de abreviaturas	VIII
Índice de Quadros	VIII
Índice de Figuras.....	VIII
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. COMPONENTE INVESTIGATIVA.....	5
2.1. Introdução	6
2.1.1. Motivação e Formulação do Problema	6
2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação	8
2.1.3. Pertinência do Estudo	8
2.1.4. Estrutura da Componente Investigativa.....	10
2.2. Revisão da Literatura	11
2.2.1. Números Racionais não Negativos	11
2.2.2. Artefactos na promoção de aprendizagens matemáticas	14
2.2.2.1. Artefactos Concretos.....	15
2.2.2.2. Artefactos Digitais.....	17
2.3. Opções Metodológicas.....	21
2.3.1. Descrição da Metodologia de Investigação.....	21
2.3.3. <i>Design</i> do estudo.....	25
2.3.4. Recolha e Análise de Dados	28
2.4. Apresentação de resultados.....	33
2.4.1. Fase Inicial	34
2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial	41
2.4.2. Fase de Intervenção	42
2.4.2.1. Sessão de Exploração – Sessão 1	42
2.4.2.2. Sessão 2	45
2.4.2.3. Sessão 3	48
2.4.2.4. Sessão 4	52
2.4.2.5. Síntese da Fase de Intervenção	54
2.4.3. Fase Final	55
2.4.3.1. Síntese da Fase Final	62
2.5. Discussão de Resultados	63
2.6. Conclusões	65

3. COMPONENTE REFLEXIVA.....	67
3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico	69
3.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico	71
3.2.1. Matemática	72
3.2.2. Ciências Naturais	73
3.3. Considerações Finais.....	74
Referências Bibliográficas	77
5. APÊNDICES.....	87
Apêndice 1: Tarefas da Fase Inicial	88
Apêndice 2: Níveis dos alunos na Fase Inicial	92
Apêndice 3: Objetivos das tarefas da Fase Inicial	94
Apêndice 4: Tarefas da Sessão de Exploração – Sessão 1.....	97
Apêndice 5: Tarefas da Sessão 2 da Fase de Intervenção.....	100
Apêndice 6: Tarefas da Sessão 3 da Fase de Intervenção.....	103
Apêndice 7: Tarefas da Sessão 4 da Fase de Intervenção.....	108
Apêndice 8: Planificação das sessões de intervenção	112
Apêndice 9: Tarefas da Fase Final.....	118
Apêndice 10: Níveis dos alunos na Fase Final	123
Apêndice 11: Objetivos das tarefas da Fase Final	124

Lista de abreviaturas

ESEC – Escola Superior de Educação de Coimbra

CEB – Ciclo do Ensino Básico

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PE – Professora Estagiária

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

Índice de Quadros

QUADRO 1: CRONOGRAMA DAS SESSÕES DE INVESTIGAÇÃO.	25
QUADRO 2: CRITÉRIOS DE ANÁLISE AO NÍVEL DOS CONHECIMENTOS (PRATAS, RATO & MARTINS, 2016, p.36)..	28
QUADRO 3: DESCRITORES DO NÍVEL DE CONHECIMENTO POR OBJETIVO ESPECÍFICO DAS TAREFAS DA FASE INICIAL...	29
QUADRO 4: DESCRITORES DO NÍVEL DE CONHECIMENTO POR OBJETIVO ESPECÍFICO DAS TAREFAS DA FASE FINAL.	31
QUADRO 5: COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS OBTIDOS PELOS ALUNOS A, B, C E D DA FASE INICIAL PARA A FASE FINAL. ..	65

Índice de Figuras

FIGURA 1: MODELO DE CHARALAMBOUS E PITTA PANTAZI (2007).	14
FIGURA 2: CICLO DA INVESTIGAÇÃO-AÇÃO (SOUSA & BATISTA, 2011, p.65).	23
FIGURA 3: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.	34
FIGURA 4: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.	34
FIGURA 5: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.	35
FIGURA 6: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.	35
FIGURA 7: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.	35
FIGURA 8: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.	36
FIGURA 9: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.	36
FIGURA 10: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.	36
FIGURA 11: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.....	36
FIGURA 12: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.	37
FIGURA 13: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.	37
FIGURA 14: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.	38
FIGURA 15: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.	38
FIGURA 16: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.	38
FIGURA 17: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.	39
FIGURA 18: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.	39
FIGURA 19: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.	40
FIGURA 20: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.	40
FIGURA 21: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.	40

FIGURA 22: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.	41
FIGURA 23: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).	43
FIGURA 24: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).	43
FIGURA 25: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).	44
FIGURA 26: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).	45
FIGURA 27: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).	46
FIGURA 28: RESOLUÇÃO DA TAREFA ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).	47
FIGURA 29: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).	47
FIGURA 30: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1A ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	48
FIGURA 31: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1B ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	48
FIGURA 32: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	49
FIGURA 33: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	49
FIGURA 34: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1A ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	50
FIGURA 35: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1B ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	50
FIGURA 36: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	51
FIGURA 37: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	51
FIGURA 38: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	52
FIGURA 39: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	52
FIGURA 40: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	53
FIGURA 41: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	53
FIGURA 42: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	54
FIGURA 43: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).	54
FIGURA 44: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.	55
FIGURA 45: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.	56
FIGURA 46: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.	56
FIGURA 47: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.	56
FIGURA 48: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.	57
FIGURA 49: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.	57
FIGURA 50: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.	57
FIGURA 51: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.	58
FIGURA 52: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.	58
FIGURA 53: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.	58
FIGURA 54: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.	59
FIGURA 55: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.	59
FIGURA 56: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.	59
FIGURA 57: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.	60
FIGURA 58: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.	60
FIGURA 59: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.	61
FIGURA 60: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.	61
FIGURA 61: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.	61
FIGURA 62: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.	62
FIGURA 63: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.	62

1. INTRODUÇÃO

O presente relatório foi elaborado para a conclusão do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Este relatório fundamenta-se e dá sequência ao quadro normativo que regulamenta o regime jurídico que habilita para a docência (Decreto-Lei n.º 79/2014 de 14 de maio), particularmente ao n.º 2 do artigo 11.º que determina a realização de um estágio profissional (Prática de Ensino Supervisionada) seja objeto de um relatório final. Assim, este documento diz respeito ao trabalho desenvolvido no âmbito das componentes de Prática Educativa em 1.º e 2.º CEB, da formação inicial de Mestrado em ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

O primeiro estágio foi realizado em 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), numa turma do 3.º ano, no âmbito da unidade curricular Prática Educativa I, durante o ano letivo 2018/2019. A turma era constituída por 22 alunos, 8 do sexo feminino e 14 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 7 e 9 anos. A turma era heterogénea em termos de aprendizagem e de diversidade cultural, uma vez que, os alunos apresentavam ritmos de aprendizagens dispares. A turma apresentava alunos com diversidade cultural, ou seja, oriundos de diversos países culturalmente distintos. Durante a realização do estágio foi necessária a colaboração de uma professora cooperante e a supervisão pedagógica da própria unidade curricular.

O segundo estágio, no âmbito da unidade curricular Prática Educativa II, decorreu no 2.º CEB, no ano letivo 2019/2020. Este segundo estágio realizou-se em duas vertentes, e assim, em duas turmas distintas: uma turma de 5.º ano, na disciplina de Matemática; e uma de 6.º ano, na disciplina de Ciências Naturais. A turma de Matemática era constituída por 20 alunos (1 com paralisia cerebral), e desse modo necessitava de um apoio constante. A turma de Ciências Naturais era constituída por 22 alunos, sendo que 1 estava referenciado com Necessidades Educativas Especiais (NEE). Esta turma caracterizava-se por ser uma turma bastante heterogénea, existindo alunos participativos e interessados e a maioria que necessitavam de um apoio e supervisão constante, com um comportamento nem sempre adequado.

Este segundo estágio decorreu também em regime de par pedagógico, no qual, o papel de professoras cooperantes ficou a cargo das professoras responsáveis pelas disciplinas

de Matemática e Ciências Naturais, enquanto a supervisão pedagógica foi da responsabilidade das duas professoras supervisoras da Unidade Curricular de Prática Educativa II, respetivamente nas áreas de Matemática e Ciências Naturais.

A investigação da prática letiva foi decisiva no percurso da professora estagiária.

Ponte (2002), destaca a importância de o professor investigar a sua prática. Para o autor, um professor, durante a sua prática, defronta-se inúmeras vezes com diversos problemas de diferentes níveis de complexidade e, assim, torna-se pertinente estudá-los de forma a delinear e a concretizar, nomeadamente, modos de agir para lhes fazer face. Neste âmbito, o mesmo autor, coloca uma questão pertinente: “Por que não olhar para o nosso trabalho na perspetiva de encontrar respostas para problemas com que nos deparamos no dia-a-dia da sala de aula?”

É necessário que um professor tenha um olhar crítico e avaliativo, para que, caso necessário, repense e reformule as suas aulas tendo em conta “os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos” (Ponte, 2002, p. 6). Além disso, é sublinhada a importância do professor se envolver na investigação da sua própria prática, que: “constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores” (Ponte, 2002, p. 6); “todo o bom professor tem de ser também um investigador, desenvolvendo uma investigação em íntima relação com a sua função de professor” (Alarcão, 2001, citado por Ponte, 2002, p. 7).

O relatório encontra-se estruturado em três partes: Introdução; Componente Investigativa e Componente Reflexiva. Na introdução, é feito um enquadramento teórico das práticas pedagógicas realizadas, bem como da importância das mesmas na formação da Professora Estagiária. No capítulo seguinte, ou seja, na componente investigativa estão presentes aspetos acerca do estágio que decorreu em Prática Educativa I, no qual se realizou o presente estudo, cujo foco incide nos números racionais não negativos e a integração de uma *applet* da plataforma *Hypatiamat*, na compreensão dos mesmos. Este capítulo procura evidenciar um conjunto de sessões que foram planeadas com o propósito de melhorar a compreensão dos números racionais não negativos dos alunos da turma de estágio do 3.º ano, do 1.º CEB, visto que se verificaram dificuldades a este nível. Na terceira parte, a componente reflexiva do relatório, é feita uma análise crítica

acerca da prática pedagógica do 1.ºCEB e do 2.ºCEB e da sua importância no desenvolvimento pessoal e profissional da PE.

2. COMPONENTE INVESTIGATIVA

2.1. Introdução

Neste subcapítulo encontra-se a motivação do estudo realizado, bem como os objetivos da investigação e a questão de investigação e ainda a pertinência do estudo. Para finalizar, será apresentada a estruturação do estudo.

2.1.1. Motivação e Formulação do Problema

A partir da observação de aulas, parte integrante da prática educativa supervisionada em 1.º CEB, que decorreu numa turma do 3.º ano, integrada no Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, foram observadas dificuldades nos alunos relacionadas com os números racionais não negativos, nomeadamente na resolução de tarefas que envolviam o conceito de numerador e de denominador e na comparação de números representados sob a forma de fração. Dessa forma, e tendo em consideração as dificuldades detetadas, a Professora Estagiária (PE) questionou-se acerca de como podia contribuir para melhorar a compreensão tendo surgido a seguinte problemática: que artefactos e estratégias didáticas se podem utilizar para melhorar a compreensão dos alunos sobre os números racionais não negativos? Assim, a PE considerou apropriado promover uma experiência de ensino, em que os alunos compreendessem o conceito de números racionais não negativos.

Após a perceção das dificuldades dos alunos e da formulação do problema, foi necessário aprofundar conhecimentos sobre os números racionais não negativos e sobre os artefactos que promovessem a compreensão das aprendizagens dos alunos, de forma a escolher os artefactos mais apropriados na investigação.

A primeira abordagem aos números racionais é iniciada nos primeiros anos de escolaridade obrigatória. Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (MEC, 2013, p.6) “As frações são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixadas unidades”.

O PMEB (MEC, 2013) também refere que o primeiro contacto dos alunos com os números racionais não negativos é no 2.º ano de escolaridade, no qual são introduzidas as frações

unitárias e decimais, com auxílio da reta numérica. A aprendizagem das frações é iniciada pelo sentido medida, tendo por base a reta numérica. Porém, este sentido, pode não ser um bom ponto de partida devido à elevada complexidade simbólica da reta numérica. Assim, representações, como as pictóricas podem ser mais adequadas para promover uma efetiva compreensão por parte dos alunos (Quaresma, 2010). Do 2.º ano para o 3.º ano, os conceitos trabalhados serão bem mais complexos. Além de se utilizar o sentido medida e a representação na reta numérica, irão ser abordadas a equivalência de frações, e as operações com frações, nomeadamente a adição e subtração, recorrendo à reta numérica. Além disso, o programa (MEC, 2013, p. 1) refere que a “aprendizagem da Matemática, nos anos iniciais, deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos”.

O conceito de número racional é dos mais importantes que os alunos têm de aprender nos primeiros anos de escolaridade (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983, citado por Quaresma, 2010). Esta importância pode ser compreendida por diversas perspetivas: (i) numa perspetiva prática, em que a capacidade de lidar de forma eficaz com esses conceitos melhora significativamente a capacidade de compreender e lidar com problemas e situações do mundo real; (ii) numa perspetiva psicológica, na qual os números racionais possibilitam desenvolver e alargar as estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual contínuo e (iii) numa perspetiva matemática, em que o entendimento do número racional serve de base para a aprendizagem posterior das operações algébricas (Behr et al., 1983).

Na aprendizagem das frações, Mamede (2011), refere que os alunos revelam muitas dificuldades ao nível conceptual. Além disso, o conceito de fração só está totalmente adquirido quando o aluno é capaz de trabalhar com frações em todas as interpretações do conceito e de utilizar frações em todos os modos de representação: concreto, verbal, pictórico e simbólico (Behr, et al., 1983; Kieren, 1993; Nunes et al., 2004).

Considerando o que acima foi referido, formulou-se o seguinte problema: De que modo se pode articular *applets* da plataforma *Hypatiamat* e artefactos concretos de modo a promover a compreensão dos alunos sobre os números racionais não negativos.

2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação

Atendendo aos aspetos fundamentais de ensino e de aprendizagem da matemática, ao contexto da turma e respetivas dificuldades formularam-se os seguintes objetivos de investigação:

1. Mapear os conhecimentos dos alunos relativamente aos números racionais não negativos no 3.º ano de escolaridade;
2. Analisar a influência que uma experiência de ensino, usando *applets* da plataforma do *Hypatiamat* e artefactos concretos, na compreensão dos alunos sobre números racionais não negativos no 3.º ano de escolaridade.

A partir dos objetivos de investigação definidos, surge a seguinte questão de investigação: De que modo o uso das *applets* da plataforma *Hypatiamat* e de artefactos concretos influenciaram a compreensão dos alunos sobre conceito de números racionais não negativos, numa turma do 3.º ano de escolaridade?

2.1.3. Pertinência do Estudo

Segundo resultados de estudo, os alunos alcançam baixos resultados nos números racionais (Monteiro & Pinto, 2007; Mamede, 2011; Mamede, 2011; Pinto, 2011). Desse modo, é necessário a implementação de tarefas, que vão ao encontro do quotidiano das crianças, para que se apropriem da ideia do sentido de número e para que a aprendizagem seja significativa.

O conceito de número racional é fundamental no desenvolvimento matemático dos alunos no ensino básico (Ventura & Oliveira, 2014). Dessa forma, os Números Racionais, ocupam grande parte do currículo de Matemática do Ensino Básico e conferem uma grande importância para as aprendizagens futuras da Matemática (Monteiro & Pinto, 2007). Os números racionais são considerados pela maioria dos alunos e dos professores, como um dos temas de maior complexidade no ensino básico. Os alunos demonstram dificuldades na compreensão destes conteúdos, sendo um obstáculo para as crianças no

ensino básico (Moss & Case, 1999; Lamon, 2007) e uma das principais fontes de “fobia matemática” (Wu, 2005, p. 2).

As dificuldades no ensino das frações, prendem-se com diversos fatores, nomeadamente, com o facto do conceito de fração ser de natureza complexa e multifacetada (Magina, Bezerra & Spinillo, 2009). Monteiro e Pinto (2005), referem que, algumas das dificuldades que os alunos expõem, são atribuídas aos diferentes significados das frações, à conceção da unidade e ao ensino precoce e descontextualizado de símbolos e algoritmos. Mamede (2011), indica que, os alunos revelam muitas dificuldades na aprendizagem das frações, tanto ao nível conceptual, como na destreza de cálculo. Tendo em conta as dificuldades referidas, Ventura e Oliveira (2014) salientam que o desenvolvimento do sentido de número racional passa por, trabalhar os diferentes significados dos números racionais, as suas diversas representações, o modo como se interligam e o desenvolvimento da destreza no trabalho com estes números. Nunes e Bryant (1997) defendem que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não o têm. Elas usam os termos fracionais certos, elas falam sobre frações coerentemente, elas resolvem alguns problemas fracionais, mas diversos aspetos cruciais das frações ainda lhes escapam. De facto, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola, sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (p. 191)

O PMEB (MEC, 2013) defende que a aprendizagem da matemática deve partir do concreto, e para tal, sugere-se o uso de artefactos. Através da manipulação concreta e posterior discussão das resoluções, os materiais podem facilitar a aprendizagem, uma vez que, permitem ao aluno construir o seu conhecimento, apelando aos seus sentidos, e dessa forma, compreender os diferentes conceitos matemáticos (Heuvel-Panhuizen, 1996; Ma, 2009; Liggett, 2017; Uribe-Flórez & Wilkins, 2017; Swan & Marshall, 2010). Assim, o ensino exploratório, terá uma posição mais relevante no processo de Ensino-aprendizagem, no qual os alunos aprendem a partir de “tarefas valiosas” sugeridas pelo professor, através das quais surgem ideias matemáticas que serão sistematizadas posteriormente, na discussão coletiva (Canavarro, 2011).

Segundo um estudo de Pinto (2011), os alunos revelaram familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto do seu quotidiano. Além disso evidenciaram conhecimento nas diferentes representações; na comparação e ordenação de números racionais, bem como no uso de linguagem matemática adequada (Pinto, 2011). No estudo, a autora realça a pouca atenção dada em Portugal na investigação acerca dos números racionais, concretamente “das aprendizagens envolvendo o sentido de número racional” (Pinto, 2011, p.495).

Em conclusão, considera-se este estudo pertinente, porque: o conteúdo vai ao encontro das sugestões da literatura da especialidade, pretende colmatar uma dificuldade encontrada em sala de aula, numa turma de 3.º ano e vai permitir que outros investigadores estudem mais acerca do tema e que observem resultados reais.

2.1.4. Estrutura da Componente Investigativa

O capítulo Componente Investigativa encontra-se dividido em seis subcapítulos, sendo que o primeiro é a presente introdução.

O segundo subcapítulo contém uma revisão da literatura, onde foram pesquisadas algumas temáticas subjacentes ao estudo. Este subcapítulo divide-se em três secções: Números Racionais não Negativos; Artefactos Concretos no ensino envolvendo as frações e por último os Artefactos Digitais.

O terceiro subcapítulo recairá sobre as opções metodológicas, onde iremos apresentar a descrição da metodologia de investigação, o contexto do estudo, o *design* do mesmo, bem como a recolha e a análise dos dados.

O quarto subcapítulo será a apresentação dos resultados, que será dividido em três secções de acordo com as fases da investigação. Assim, a primeira secção é referente à apresentação dos resultados da Fase Inicial, a segunda à apresentação dos resultados da Fase de Intervenção e, por fim, a terceira à apresentação dos resultados da Fase Final.

Relativamente ao quinto subcapítulo, será relativo à discussão de resultados, onde iremos comparar os resultados dos alunos obtidos na Fase Inicial e na Fase Final, verificando sempre o percurso dos alunos ao longo do estudo.

Por último, o sexto subcapítulo será sobre as conclusões do estudo apresentado.

2.2. Revisão da Literatura

2.2.1. Números Racionais não Negativos

Os números racionais são um tema em que os alunos evidenciam maior dificuldade. Dessa forma é de extrema importância trabalhar a temática de forma que os alunos compreendam o significado das frações.

Cid et al. (2004) defendem que:

Os números racionais são o primeiro conjunto, em que os alunos realizam experiências matemáticas, que não assentam no processo de contagem, ou seja, o facto de o conjunto dos números racionais ser um conjunto denso (em que, por isso, dado um qualquer número racional, é impossível determinar quer o seu antecessor, quer o seu sucessor) requer mudanças profundas no raciocínio e nas estratégias de cálculo dos alunos. (p. 223)

Assim, os números racionais compõem um dos temas mais complexos e importantes que os alunos aprendem (Behr et al., 1983). Além disso, os alunos apresentam dificuldades significativas na aprendizagem dos números racionais, uma vez que parece que muitos não têm compreensão do conceito de número racional. Também parece faltar-lhes a noção quantitativa de número racional, incluindo a percepção de que os números racionais são números e a compreensão que os números racionais podem ser representados de várias formas (numerais decimais, frações, percentagens, pontos de uma reta numérica, pictórica e verbalmente) (Post, Behr, & Lesh, 1986).

Como referem Monteiro e Pinto (2005), os alunos evidenciam grandes dificuldades na aprendizagem dos números racionais, uma vez que, se atribui demasiada importância aos procedimentos e raramente são estabelecidas pontes entre procedimentos e conceitos.

Estas autoras, por outro lado, referem que, existem situações nas quais os problemas são de o representar simbolicamente. Monteiro e Pinto (2007) defendem que algumas das dificuldades dos alunos estão relacionadas com números representados sob a forma de fração. Por exemplo, um erro comum dos alunos é na comparação de $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{7}$, em que mencionam que a fração $\frac{1}{7}$ é a maior, visto que, 7 é maior que 6. Além disso é frequente referirem que $\frac{1}{4} = 1,4$ (Sousa, 2014).

Dessa forma, realizaram-se vários estudos para tentar perceber qual seria a idade mais apropriada para a introdução dos números racionais. Diversos autores referem que a introdução dos números racionais deve ser realizada nos primeiros anos de escolaridade, desde que seja acompanhada de artefactos. Cramer e Henry (2002), concluíram que, os alunos nos primeiros anos de escolaridade terão mais sucesso, se os professores no ensino das frações usarem modelos concretos, de forma a enfatizar conceitos e estratégias informais de ordenação e estimativa. O PMEB (MEC, 2013), refere que, aprendizagem da Matemática, nos anos iniciais, deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, seja gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta área e pelo rigor que lhe é característico.

O estudo das frações deve iniciar-se no 1.º Ciclo do Ensino Básico, proporcionando ao aluno um contacto mais prolongado com estes números, ao longo da sua escolaridade. As frações são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas. Além disso, os números racionais, devem ser trabalhados com o possível rigor e de forma cuidadosa (MEC, 2013).

O ensino das frações deve ser iniciado por situações de partilha equitativa, visto que, o insucesso dos alunos nesta área, segundo a literatura, está relacionado com o facto da abordagem ser realizada apenas em situações de parte-todo, em detrimento da partilha equitativa (Mamede, 2011; Monteiro & Pinto, 2007; Nunes & Bryant, 1997; Streefland, 1991). Dessa forma, Monteiro e Pinto (2005), defendem uma primeira abordagem às frações em contextos de partilha equitativa que tenham significado para os alunos. Segundo Monteiro e Pinto (2005) é importante proporcionar aos alunos:

Um trabalho em diversificadas situações, onde as frações surgem com diferentes significados, de modo a que explorem os conceitos de forma completa e integrada possibilitando uma construção gradual do sentido do número racional. É preciso, portanto, dar tempo aos alunos para irem integrando todos estes conceitos e as suas relações, assim como os novos símbolos, e não ter pressa em introduzir regras e algoritmos, correndo o risco de os introduzir antes de que estes possam ter significado para as crianças. (p.51)

Dessa forma, os alunos deverão aprender os números racionais, na perspetiva do desenvolvimento do sentido do número, ou seja, terá de haver uma compreensão global dos números e também uma compreensão e destreza em trabalhar com números e operações (McIntosh, Reys & Reys, 1992). McIntosh e Reys & Reys (1992), referem que, a partir do momento em que os diferentes significados da fração são compreendidos (parte-todo, medida, quociente e operador), tal como a identificação da unidade, haverá desenvolvimento do sentido de número racional. As grandezas envolvidas podem ser contínuas ou discretas (Barnett-Clarke, Fisher, Marks, & Ross, 2010). Para os alunos compreenderem os números racionais, a partição da unidade deve ser realizada em partes iguais, tanto em unidades discretas, como em unidades contínuas (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Charalambous e Pitta-Pantazi (2005), realçam que o desenvolvimento do conceito de fração a partir de um dos seus significados não vai garantir a compreensão dos restantes significados e dessa forma a compreensão global do conceito não vai ser adquirida.

É de extrema importância que os alunos tenham contacto com os diferentes significados de fração (parte-todo, razão, operador, quociente e medida) e que não as considerem apenas como objetos de cálculo (Kieren, 1993, citado por Lamon, 2007). Mamede (2011), refere que, ao trabalhar com todos os diferentes significados das frações, o aluno aprenda a comparar e ordenar frações e a apresentá-las de diversas formas. Para que o aluno detenha o conceito de fração é essencial que compreenda três aspetos distintos, todavia que se relacionam, que existem frações equivalentes, que as mesmas podem ser ordenadas e, finalmente, que essas quantidades possam ser representadas de diversas formas.

A partir do modelo de Behr et al., (2005), Charalambous e Pitta Pantazi (2007) relacionaram os diferentes significados da fração com os conceitos chave (equivalência de frações; operações com frações e a resolução de problemas) (Figura 1).



FIGURA 1: MODELO DE CHARALAMBOUS E PITTA PANTAZI (2007).

Assim, Charalambous e Pitta Pantazi (2007), chegaram à conclusão de que o significado parte-todo juntamente com o processo de partição, ou seja, de partilha equitativa, é fundamental para que haja o desenvolvimento da compreensão dos restantes significados. Além disso, o significado de razão, é o que melhor promove a compreensão na equivalência de frações e os significados de operador e de quociente são os melhores na compreensão da multiplicação de frações.

2.2.2. Artefactos na promoção de aprendizagens matemáticas

Um artefacto é definido como um objeto, material ou não, resultante de uma atividade humana e com potencialidades de ser acionado numa atividade nova (Monaghan et al., 2016). Um artefacto pode ser um som, um gesto, utensílios, formas orais e escritas de linguagem natural, textos, livros, instrumentos musicais ou científicos e ferramentas de tecnologias e de informação (Bussi & Mariotti, 2008). A noção de artefacto, mais do que um produto pronto a usar, associa-se a uma ideia, uma prática, uma técnica ou um produto parcial (Hevner et al., 2004), surgindo a sua criação da compreensão do problema identificado e da respetiva solução (Hevner, 2007).

Os artefactos proporcionam conhecimento através da construção e uso de ferramentas epistémicas, ou seja, modelos que são incorporados com diferentes meios de representação, fazendo uso do conhecimento teórico e empírico disponível (Montenegro,

2019). A mesma autora refere que o conceito de artefacto e as suas características, são representações usadas para concretizar os conceitos e ideias matemáticas.

Em diversos estudos foi defendida a utilização de artefactos no ensino que consideram de extrema importância para qualquer faixa etária (Pratas et al., 2016; Rodrigues, 2021).

Nos artefactos concretos englobam-se palitos, cartolinas, caixa de fósforos, entre outros. Nos artefactos digitais abrangem-se as plataformas digitais como é o exemplo da plataforma *Hypatiamat*.

2.2.2.1. Artefactos Concretos

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) no domínio dos Números e Operações, refere que “a representação dos números, através de diversos materiais concretos, deverá ser uma importante componente do ensino da matemática os primeiros anos” (NCTM, 2007, p. 35).

(NCTM, 2007) refere que:

Os modelos concretos podem ajudar os alunos a representar números e a desenvolver o sentido do número. Também podem ajudá-los a conferir um significado à utilização de símbolos, por escrito, e ser também úteis na criação dos conceitos acerca do valor de posição. (p.93)

É necessário refletir sobre a escolha de materiais a usar em atividades de sala de aula com os alunos, pois “é importante olhar para os recursos e interrogarmo-nos sobre o que os alunos podem desenvolver com a sua utilização” (Brocardo & Serrazina, 2008, pp. 111-112), visto que, os materiais podem ajudar os alunos a superar dificuldades.

Os artefactos escolhidos "podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem" (Serrazina, 1991, p. 37). Ainda que o material, só por si, não determine se o aluno irá deter, ou não, o que lhe é ensinado, é importante “proporcionar diversas oportunidades de contacto com materiais para despertar interesse e envolver o aluno em situações de aprendizagem” (Botas & Moreira, 2013, p. 254).

No PMEB, no domínio Números e Operações, focando nos números racionais não negativos, os professores podem utilizar os artefactos concretos que tenham como finalidades, explorar as diferentes representações do número racional não negativo. Além disso, usar contextos reais como, a dobragem de folhas, tem significado para os alunos, uma vez que, faz parte do seu quotidiano. Assim, os conteúdos podem ser mais facilmente compreendidos, visto que os alunos, devido às suas experiências pessoais, vão progredir nas aprendizagens (Chainho, 2015).

No ensino dos números racionais não negativos, é essencial que o professor recorra à utilização de artefactos concretos, que “poderão surgir, nomeadamente, como de apoio à compreensão de diferentes representações dos números racionais” (Cardoso, 2016).

Assim, a utilização de artefactos concretos pode ajudar na compreensão dos números racionais não negativos, nomeadamente, nas frações com o significado parte-todo, na reconstrução da unidade a partir das suas partes e na identificação de frações equivalentes (Cardoso, 2016).

Dessa forma, numa fase inicial do estudo dos números racionais, os alunos optam por encontrar alternativas para a resolução de tarefas, nomeadamente a utilização de representações visuais.

Monteiro e Pinto (2005) salientam que:

O treino permite a alguns alunos respostas corretas a situações de cálculo rotineiro, podendo criar a “ilusão” de que compreendem o que fazem. Por outro lado, existem situações em que os alunos resolvem bem um problema recorrendo a desenhos ou esquemas, porém não conseguem resolvê-lo recorrendo a símbolos. (p.5)

No estudo de Marques (2018), utilizou-se o artefacto concreto Material Multibásico, que permitiu que os alunos pudessem compreender os procedimentos subjacentes ao algoritmo informal da divisão e ainda compreendessem os dois sentidos da operação divisão: medida e partilha equitativa. Noutro estudo Santos (2019), usou o mesmo artefacto para que, na investigação, os alunos compreendessem o Algoritmo Usual da Subtração, sendo possível realçar o impacto positivo na motivação e no empenho.

2.2.2.2. Artefactos Digitais

A tecnologia atualmente é uma ferramenta de extrema importância para usar em sala de aula, visto que possibilita aprendizagens significativas na área da Matemática (Barron & Levinson, 2019).

Assim, a tecnologia consiste numa ferramenta que possibilita um conjunto diversificado de aprendizagens com vista na melhoria do processo de ensino e de aprendizagem através da inovação de materiais e estratégias didáticas (Analuisa et al., 2017). O uso da tecnologia digital em contexto de sala de aula permite despertar e aprofundar o interesse e a curiosidade do aluno pela matemática (Barron & Levinson, 2019) motivando-o para a sua aprendizagem.

Encarando a tecnologia como uma mais-valia nos dias de hoje, é fulcral que esta esteja presente na escola, sendo necessário estimular os professores, para que desenvolvam práticas e metodologias de ensino, recorrendo às tecnologias de informação e comunicação (TIC) (Pinto, 2014). Assim, é crucial que a tecnologia esteja presente no processo educativo, e que a escola e os professores acompanhem as mudanças e possibilitem uma aprendizagem em rede (Jonassen, 2007; Ramos, 2008).

Dessa forma, os alunos e os professores devem usar a tecnologia uma vez que, num ambiente educacional apto, a tecnologia pode permitir que os alunos se tornem: “usuários qualificados das tecnologias da informação; pessoas que procuram, analisam e avaliam a informação; solucionadores de problemas e tomadores de decisões; usuários criativos e efetivos de ferramentas de produtividade; comunicadores, colaboradores, editores e produtores; cidadãos informados, responsáveis” (UNESCO, 2008).

O uso de tecnologia na escola poderá ser executado de duas formas: ou pela utilização exclusiva por parte dos professores, como veículo de comunicação, ou de forma a organizar e a facilitar a aprendizagem (Costa, 2007).

Barron e Levinson (2019) referem que:

A tecnologia pode ser utilizada como meio de comunicação entre a escola e a família, como meio de acesso às tarefas realizadas pelo aluno ou tarefas

propostas para realização do mesmo em casa, mas também pode ser utilizada como forma de continuar o trabalho desenvolvido na escola, em casa. (p.108)

Deste modo, as novas tecnologias, permitem o ambiente propício no estabelecimento de relações entre o professor e o aluno, facilitando a aprendizagem através da adoção de novas metodologias interativas (Mercado, 2015). Nos dias de hoje, prescindir da utilização das novas tecnologias nas aulas de Matemática é retroceder muitos anos no seu ensino (Ponte, 2003). Martins et al. (2018b, 2019) e Freitas (2019) referem que os manipulativos virtuais são benéficos para a compreensão de conceitos matemáticos.

O processo de construção da aprendizagem realizada pelo aluno é acentuado pela utilização das novas tecnologias no processo de ensino-aprendizagem. Porém, “o professor, deve, para além de atuar como mediador e facilitador do conhecimento, proporcionar ambientes que favoreçam a participação, a comunicação e a interação na sala de aula” (Pinto, 2014, p.11).

Devido à evolução tecnológica, é necessário integrar um novo paradigma na educação no qual o professor deixa de ser a única fonte de conhecimento (Hoyer, 2005; Silva, 2006). Assim, deve-se olhar para a tecnologia como um parceiro (Jonassen, 2007) e estimular os alunos a participarem mais ativamente no seu processo de ensino e de aprendizagem.

Vários estudos têm sido realizados (*British Educational Communications and Technology Agency*, 2008; PISA, 2012), com a integração das TIC no quotidiano das escolas, reconhecendo a sua importância, particularmente, como um meio capaz de favorecer o processo ensino-aprendizagem (OECD, 2010; Smith et al., 2008).

Como defendem Pratas et al. (2016), a integração de manipulativos virtuais produziu resultados que permitem concluir que houve uma evolução positiva dos alunos, particularmente na comunicação matemática, devido ao *feedback* imediato proporcionado pelas *applets*, que contribuíram para autorregulação das aprendizagens matemáticas dos alunos.

Noutro estudo, Hortênsio (2020), são mencionadas algumas potencialidades da integração da tecnologia na sala de aula, tais como:

Despertar e aprofundar o interesse e a curiosidade do aluno pela matemática, permitir uma aprendizagem através da exploração, fomentar o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da compreensão, proporcionar ambientes mais interativos, aumentar o uso correto da linguagem matemática, ser uma fonte complementar ao ensino da matemática, criar discussões em sala de aula não planeadas pelo professor, dar um feedback imediato ao aluno e, por fim, permitir que o aluno tenha mais autonomia nas tarefas realizadas. (p. 28)

A tecnologia permite também estimular o desenvolvimento da compreensão e do raciocínio. Um estudo realizado em contexto da formação inicial de professores, concluiu que o uso da tecnologia promoveu uma melhoria da compreensão dos diversos conceitos matemáticos relativos à investigação (Martins et al., 2018b). O facto dos participantes da investigação estarem inseridos em pequenos grupos, tornou-se uma mais valia, uma vez que existiram bastante trocas de ideias, permitindo assim refletir e tirar as suas próprias conclusões, contribuindo dessa forma para uma melhor compreensão de conceitos.

Pires et al. (2020) referem que consideram uma mais-valia a integração das tecnologias pelos professores na sua prática educativa, recorrendo a guiões didáticos para as aulas em que se utilizem plataformas e para as restantes aulas. Nesse estudo foi mencionado o facto de os alunos trabalharem de forma colaborativa com alguma regularidade, sendo essencial no que diz respeito à cooperação e à partilha de opiniões.

Assim, a escola desempenha um papel de extrema importância para a aquisição de conhecimentos, nomeadamente na aprendizagem da Matemática. Porém, a matemática é uma das disciplinas com maior insucesso académico, sendo um dos fenómenos educativos que mais tem preocupado quer a investigação quer a intervenção no contexto escolar (Levin, 2006; Preckel, Holling & Vock, 2006).

A Matemática, surge associada ao insucesso, sendo fulcral compreender as razões subjacentes a esse insucesso e procurar novos recursos e novas metodologias, que possibilitem a contribuição na promoção do sucesso académico dos alunos nesta disciplina (Silva, 2014).

Desse modo, os pais, encarregados de educação, educadores e professores são atores imprescindíveis para incentivar e estimular os alunos a aprender, a partir de metodologias

eficazes. Em 2007, a NCTM (2007), defendeu a necessidade de desenvolver metodologias eficazes e a disponibilização dos recursos que fossem necessários aos alunos e professores na aprendizagem da Matemática. Além disso, reconheceu a importância do uso da tecnologia na Matemática, referindo que a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática, influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2007).

Têm sido desenvolvidas e implementadas, no processo ensino e de aprendizagem, novas metodologias centradas no aluno, nomeadamente, as que consideram a tecnologia como um parceiro (Jonassen, 2007) para combater o insucesso escolar na disciplina de Matemática.

Assim, as novas tecnologias, nomeadamente o computador, têm diversas potencialidades em diversos campos da Matemática, tais como no cálculo, na modelação, na visualização e na resolução de problemas. Desse modo, surgiram novas ferramentas, como as aplicações ou documentos hipermédia, e novas formas de ensinar, no qual o aluno é convocado a desempenhar um papel mais ativo na construção do conhecimento (Jonassen, 2007; Silva, 2003).

Jonassen (2007), defende que a tecnologia deve surgir nas escolas como parceira do processo educativo. Desta forma, as ferramentas tecnológicas devem permitir apoiar: a construção do conhecimento; a exploração dos diferentes elementos; o diálogo e a expressão de ideias; a aprendizagem e a aprendizagem por reflexão.

Os Módulos da UNESCO de Padrões de Competência em TIC para Professores, nomeadamente na abordagem de alfabetização em tecnologia, têm diversas metas curriculares.

Segundo a UNESCO, 2008:

As mudanças no currículo podem incluir a melhoria das habilidades básicas de alfabetização por meio da tecnologia adicionando o desenvolvimento de habilidades em Tecnologias de Informação e Comunicação aos contextos significativos que se encaminham para um período de adaptação aos currículos interdisciplinares. (p. 6)

A plataforma *Hypatiamat* apresenta como alguns dos principais objetivos: promover o sucesso escolar na matemática com qualidade; colocar o aluno no centro do processo educativo; promover a autonomia; promover a criatividade; promover a qualidade das aprendizagens, inovar e possibilitar o envolvimento da família (*Hypatiamat*, 2018; Hortênsio, 2020).

Esta plataforma, enquanto recurso pedagógico digital, apresenta mais-valias, visto que oferece formas diferenciadas de compreensão dos conteúdos curriculares, mobilizando de forma adequada a linguagem e os símbolos matemáticos, desperta o interesse e envolvimento de todos os alunos, mantendo níveis de esforço e persistência essenciais no desenvolvimento de competências e promove o recurso a várias formas de ação e expressão das aprendizagens, através da tecnologia digital (Verdasca et al., 2020).

O aluno tem facilidade em acompanhar a utilização de recursos multimédia sem grandes constrangimentos e é esta mais-valia, aliada à exploração dos conhecimentos matemáticos através das Apps *Hypatiamat*, que o ajudam na melhoria das suas competências digitais e na qualidade das aprendizagens matemáticas (Verdasca et al., 2020).

Como refere Feteira (2012), o recurso a materiais manipuláveis facilitou a interpretação e a resolução das situações apresentadas acerca dos números racionais não negativos, visto que os alunos utilizaram os procedimentos adequados na resolução das tarefas.

Em suma, a utilização de *applets* possibilita uma aprendizagem diversificada, sólida, interativa e dinâmica, que ativa e potencia a cognição e a metacognição nos alunos proporcionando, também, o desenvolvimento de processos autorregulatórios (Moos & Azevedo, 2008, Pires et al., 2020).

2.3. Opções Metodológicas

2.3.1. Descrição da Metodologia de Investigação

Considerando os objetivos e a questão do estudo estabelecidas na secção 2.1.2., a metodologia desta investigação respeita os pressupostos de uma investigação qualitativa, de índole interpretativa e *design* de investigação-ação (Bogdan & Biklen, 2013).

Bardin (1977, p. 114) define a investigação qualitativa como sendo “(...) mais intuitiva, maleável e adaptável a índices não previstos ou à evolução das hipóteses”. A abordagem qualitativa privilegia o contato direto com os contextos da origem dos dados, visto que o investigador é o principal elemento na recolha das informações. Afonso (2005, p.14) refere que a metodologia qualitativa se preocupa com “(...) a recolha fiável e sistemática sobre aspetos específicos da realidade social usando procedimentos empíricos com o intuito de gerar e inter-relacionar conceitos que permitam interpretar essa realidade”. A investigação qualitativa caracteriza-se por: ser descritiva; o ambiente natural ser fonte direta de dados; o investigador ser o elemento fundamental de recolha de dados; objetiva; fiel; exata, visto que a observação é mais controlada (Bardin, 1997). A investigação qualitativa caracteriza-se pela análise e descrição dos dados, obrigando a que desta forma o investigador esteja próximo dos dados com uma perspetiva “de dentro” tal com é referido por Bogdan e Biklen: “(...) o objetivo dos investigadores qualitativos é o de melhor compreender o comportamento e experiência humanos” (1994, p. 70).

O conceito de investigação-ação é complexo, uma vez que existem diversas definições encontradas na literatura, fazendo com que seja impossível compreender a definição através de um único autor. A investigação-ação é definida como “o estudo de uma situação social no sentido de melhorar a qualidade da ação que nela decorre” (John Elliott 1991, como referido em Máximo-Esteves, 2000, p.18). Para Bogdan e Biklen, 1994, p. 292), “A investigação-ação consiste na recolha de informações sistemáticas com o objetivo de promover mudanças sociais”. Segundo Medeiros (2002), a investigação-ação num contexto colaborativo, é compreendida como uma estratégia de formação, no qual o objetivo é o estudo da prática.

Zuber-Skerritt (1996), refere que a investigação-ação segue um processo cíclico que envolve quatro passos:

- 1.º Planeamento estratégico;
- 2.º Ação, isto é, implementação do plano;
- 3.º Observação, avaliação e autoavaliação;

- 4.º Reflexão crítica e autocrítica sobre os resultados dos pontos anteriores e tomada de decisões para o próximo ciclo de investigação-ação, ou seja, revisão do plano, seguido de ação, observação e reflexão.

A investigação-ação é desenvolvida de forma dinâmica, numa espiral de ciclos, havendo quatro termos envolvidos neste ciclo:

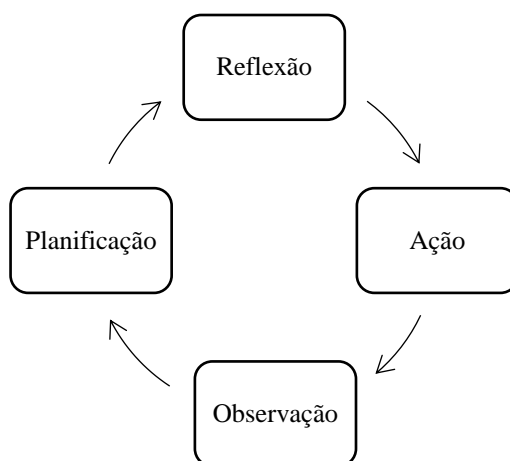


FIGURA 2: CICLO DA INVESTIGAÇÃO-AÇÃO (SOUSA & BATISTA, 2011, P.65).

Sousa e Batista (2011), referem que para que se possa realizar um processo de investigação-ação é ainda necessário seguir as seguintes etapas:

- 1.º Diagnosticar o problema;
- 2.º Construir o plano de ação;
- 3.º Propor um plano de ação;
- 4.º Refletir, interpretar e integrar os resultados.

Este estudo pretendeu melhorar a aprendizagem e compreender a influência de uma experiência de ensino na compreensão dos números racionais não negativos, recorrendo a artefactos digitais e concretos, todavia sem a intenção de provar ou demonstrar a aplicabilidade de uma teoria.

2.3.2 Contexto do estudo

O estudo realizou-se no ano letivo 2018/2019, junto de uma turma do 3.º ano do 1.º CEB numa escola da Lousã. A turma do 3.º ano de escolaridade onde foi realizado o estudo era constituída por 22 alunos, 8 do sexo feminino e 14 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 7 e os 9 anos, havendo historial de 3 retenções no 2.º ano. A maioria dos alunos frequentou o 1.º CEB nesta turma.

A turma era heterogénea em termos de aprendizagem e de diversidade cultural, uma vez que, alguns dos alunos apresentavam um ritmo de trabalho mais rápido, embora, a maior parte, possuísse um ritmo de aprendizagem lento. Relativamente à diversidade cultural, havia alunos que eram oriundos de diversos países. Os alunos apresentavam um nível de comportamento bom, porém havia 3 ou 4 elementos, que provocavam agitação na sala. A professora titular de turma, desde o 1.º ano de escolaridade, estabeleceu hábitos e rotinas de trabalho, que os alunos mantêm e cumprem.

A turma, já tinha abordado os números racionais não negativos, desse modo, o estudo que realizei não teve o intuito de introduzir o conteúdo, mas sim, o sentido de melhorar a compreensão dos números racionais não negativos. Dessa forma, decidimos usar material concreto visto que, os contextos reais, tais como a dobragem de folhas, têm significado para os alunos. A utilização de materiais concretos pode auxiliar na compreensão deste conceito, contribuindo no entendimento das frações com o significado parte-todo, bem como na reconstrução da unidade a partir das suas partes ou mesmo na identificação de frações equivalentes.

Para a realização da fase de intervenção do estudo, foi necessário a criação de grupos de dois elementos, que teve em consideração os níveis de discrepância ótima estabelecidos após a realização da fase inicial do estudo e de acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky, 1978).

Segundo Vygotsky (1962):

A ZDP é definida como sendo a “distância que medeia entre o nível atual de desenvolvimento da criança, determinado pela sua capacidade atual de resolver problemas individualmente e o nível de desenvolvimento potencial, determinado

através da resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com os pares mais capazes”. (p. 211)

Desse modo, foram criados, onze grupos de dois elementos para a realização da fase de intervenção deste estudo.

Apesar de se ter dado o mesmo acompanhamento a todos os grupos de alunos, apenas será apresentada a análise de resultados de 2 grupos. A escolha desses grupos, teve em consideração o facto serem representativos dos diferentes níveis de conhecimentos considerados, estabelecidos de acordo com a grelha e análise na secção 2.3.4 e o facto dos alunos terem estado presentes em todas as sessões deste estudo.

Através da análise dos resultados das tarefas da Fase Inicial destes quatro alunos foi possível agrupá-los da seguinte forma: Grupo 1, constituído pelo aluno A (nível 1) e pelo aluno C (nível 2); Grupo 2, constituído pelo aluno B (nível 1) e pelo aluno D (nível 2).

O grupo 1 era constituído pelo aluno A (nível 1), que tinha algumas dificuldades de aprendizagem. O aluno C (nível 2) participava apenas quando era solicitado.

O grupo 2 era constituído pelos alunos B e D. O aluno B (nível 1) era tímido e aparentava estar desatento. O aluno D (nível 2) era atento, procurando fazer sempre o melhor que conseguia, respondendo corretamente quase sempre.

2.3.3. Design do estudo

A recolha de dados foi organizada em três momentos diferentes: fase inicial; fase de intervenção (quatro sessões); fase final. No Quadro 1, é possível verificar, de forma cronológica, como decorreram as fases do estudo e é explicado como foram resolvidas as tarefas referentes a cada momento da investigação (individualmente ou em grupos de dois elementos).

QUADRO 1: CRONOGRAMA DAS SESSÕES DE INVESTIGAÇÃO.

	<u>Fase Inicial</u>	<u>Fase de Intervenção</u>				<u>Fase Final</u>
		Exploração da <i>Applet</i> Representar por Frações (Sessão 1)	Sessão 2	Sessão 3	Sessão 4	

Data	6 de maio	13 de maio	20 de maio	27 de maio	3 de junho	5 de junho
Organização da turma para a realização das tarefas	Individual	Grupos de dois elementos				Individual

Na fase inicial, os alunos realizaram individualmente um conjunto de tarefas (Apêndice 1). O objetivo foi mapear as principais dificuldades dos alunos acerca dos números racionais não negativos. Através da análise dos resultados destas tarefas, foi possível determinar os níveis de conhecimento de cada aluno, segundo os critérios estabelecidos (secção 2.3.4).

Após a análise de cada tarefa foi realizada a mediana de todos os níveis, chegando, dessa forma, ao nível final da Fase Inicial de cada aluno (Apêndice 2), a partir dos objetivos definidos (Apêndice 3). Com base nos níveis finais da Fase Inicial de cada aluno, foram criados os pares para a realização da próxima fase, a Fase de Intervenção.

A fase de intervenção decorreu durante 4 sessões, através da organização da turma em grupos de dois elementos, no qual se recorreu a artefactos concretos e digitais. Esta fase foi composta por quatro sessões, como podemos verificar pelo cronograma apresentado (Quadro 1). Na sessão de exploração recorreu-se à *Applet* Representar por Frações, onde os alunos puderam explorá-la. Assim, foi entregue um Guião de Exploração (Apêndice 4) a cada par de alunos para que realizassem as tarefas propostas. No que respeita à sessão dois, foi utilizado um artefacto concreto que designámos “Reta das Frações”. O artefacto “Reta das Frações” é constituído por diversas barras com medidas de comprimento e cores diferentes, com a forma de retângulos, que contém diversas partições equitativas da unidade, em que cada uma das partes corresponde à representação de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ e $\frac{1}{10}$. É de referir que este artefacto tem características similares ao material Cuisenaire. Desse modo foi entregue a cada par o artefacto que continha as diversas partições equitativas da unidade. A partir do artefacto compararam os números representados sob a forma de fração. Nessa sessão foram resolvidas duas tarefas relativas à comparação de números representados sob a forma de fração, com o mesmo numerador e com o mesmo denominador (Apêndice 5). Na sessão três o artefacto concreto utilizado foram cartolinas (Apêndice 6) e na sessão quatro o artefacto digital

utilizado foi a *Applet* Quero resolver questões de: da plataforma Hypatiamat (Apêndice 7).

Os artefactos foram utilizados de forma a auxiliar os alunos nas tarefas propostas e sempre com foco nas dificuldades dos alunos.

A sessão de exploração diferiu das restantes sessões da fase de intervenção, que decorreram de um modo semelhante. Nesta, os alunos utilizaram a *Applet* Representar por Frações que contém 3 níveis de dificuldade. Começaram por resolver tarefas do nível 1, seguidamente do nível 2 e por fim do nível 3. Os alunos estiveram a resolver tarefas durante 15 minutos de cada um dos níveis. No nível 1, os alunos a partir da figura apresentada escreviam a fração correspondente; no nível 2, a partir da fração apresentada pintavam os elementos correspondentes na figura; no nível 3, continha situações problemáticas que os alunos teriam de resolver. As restantes sessões de intervenção iniciaram-se pelos alunos a agruparem-se pelos pares já definidos e pela organização da sala de aula. Seguidamente, eram distribuídas as folhas de exploração e o material concreto/digital por cada par. Em cada sessão eram resolvidas duas a três tarefas, em que o enunciado era lido e interpretado pelos pares. A PE acompanhava os diversos grupos na resolução da tarefa, supervisionando as discussões em pequeno grupo. Depois de terminada a resolução, cada par tinha a oportunidade de explicar aos outros grupos a forma como pensou (discussão em grande-grupo). No final, era feita uma síntese pela PE acerca dos resultados da discussão da tarefa. A organização espaço-temporal das sessões da fase de intervenção foi baseada em Ferri (2010) (Apêndice 8).

Na fase final, semelhante à fase inicial, realizaram-se individualmente um conjunto de tarefas (Apêndice 9) de natureza semelhante às realizadas pelos alunos na fase inicial. O objetivo desta fase foi analisar os níveis dos alunos, depois de decorridas as sessões da fase de intervenção (Apêndice 10), a partir dos objetivos definidos para a fase final (Apêndice 11). Tanto na fase inicial como na fase final do estudo, os artefactos concretos e digitais não foram utilizados pelos alunos.

2.3.4. Recolha e Análise de Dados

Os dados que integram este documento foram obtidos através de registos escritos da PE, através da observação participante, do diário de bordo, as produções escritas dos alunos, dos dados recolhidos através de *screen recordings* captadas com o software *FlasBack Express Recorder* (Coutinho et al., 2009) e também registos fotográficos e registos áudio, procurando desta forma garantir a triangulação de dados (Berg, 2004; Cohen, Manion, & Morrison, 2007; Walliman, 2011). Para a análise e interpretação dos dados recolhidos, foi usado um critério de 3 níveis, de forma similar ao Quadro 2, elaborado por Pratas, Rato e Martins (2016).

Quadro 2: Critérios de análise ao nível dos conhecimentos (Pratas, Rato & Martins, 2016, p.36).

Nível 1	Nível 2	Nível 3
A explicação demonstra limitados conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos ou não responde.	A explicação demonstra alguns conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos e contém pequenas incorreções.	A explicação demonstra um pleno conhecimento acerca dos conceitos matemáticos envolvidos.

No que respeita às representações utilizadas pelos alunos classificam-se de ativas, verbais, visuais e simbólicas de acordo com a classificação de Brunner (1973, como referido em Silva & Gomes, 2017; Montenegro et al., 2017; Santos, 2015). As representações observadas nas produções escritas dos alunos classificam-se como visuais (figura, tabela, gráfico, esquema), simbólicas (numérica ou algébrica) e verbais (linguagem natural) de acordo com a classificação apresentada em Montenegro, Costa e Lopes (2017).

É de salientar que as folhas de exploração do *Hypatiamat* foram validadas pela equipa de investigação, bem como por um membro do projeto *Hypatiamat*.

Para as Fases Inicial e Final, foi elaborado um conjunto de descritores para cada nível de conhecimento, de acordo com os objetivos específicos antecipadamente definidos para cada tarefa, seguindo princípios similares ao realizado por Rodrigues (2021), como se pode observar no Quadro 3 e no Quadro 4.

QUADRO 3: DESCRITORES DO NÍVEL DE CONHECIMENTO POR OBJETIVO ESPECÍFICO DAS TAREFAS DA FASE INICIAL.

	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Representar sob a forma de fração.	Identificar o numerador e o denominador.	Escrever a leitura da fração.
Tarefa 1	Nível 1	Não representar sob a forma de fração ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não identificar o numerador nem o denominador ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não escrever a leitura das frações ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.
	Nível 2	Representar sob a forma de fração, cometendo alguma incorreção.	Identificar um dos termos da fração, o numerador ou o denominador.	Escrever a leitura da fração, cometendo alguma incorreção.
	Nível 3	Representar corretamente sob a forma de fração.	Identificar corretamente o numerador e o denominador.	Escrever corretamente a leitura da fração.
Tarefa 2	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Identificar as figuras que representam $\frac{1}{3}$		
	Nível 1	Não identificar nenhuma figura, identificar a figura incorreta (Figura A) ou identificar uma das figuras corretas sem apresentar justificação.		
	Nível 2	Identificar uma das figuras corretas (Figura B ou Figura C), justificando a escolha através de representações visuais, simbólicas ou verbais.		
	Nível 3	Identificar as duas figuras corretas (Figura B e Figura C), justificando a escolha através de representações visuais, simbólicas ou verbais.		
Tarefa 3	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Dividir a unidade em quatro partes iguais.	Identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{3}{4}$.	
	Nível 1	Não dividir a unidade, dividir num número diferente de quatro ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{3}{4}$ ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	

	Nível 2	Dividir a unidade em quatro partes, cometendo alguma incorreção nas medições.	Identificar o ponto da reta que corresponde ao número representado pela fração $\frac{3}{4}$, sem apresentar uma explicação para a resolução.	
	Nível 3	Dividir corretamente a unidade em quatro partes iguais.	Identificar o ponto da reta que corresponde ao número representado pela fração $\frac{3}{4}$, explicando a resolução através de representações visuais, simbólicas ou verbais.	
Tarefa 4	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Identificar as barras em que cada parte corresponde à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul.		
	Nível 1	Identificar incorretamente as barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul ou apresentar uma resposta que em nada se relaciona com a tarefa.		
	Nível 2	Identificar uma das barras que corresponde à representação da metade ou à representação da quarta parte da barra azul ou identificar as duas barras sem apresentar uma explicação para a resposta.		
	Nível 3	Identificar as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul, justificando a escolha através de representações visuais, simbólicas ou verbais.		
Tarefa 5	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Representar por duas frações.	Apresentar o sinal para comparar números representados por frações.	
	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou representar sob a forma de fração incorretamente.	Não apresentar qualquer sinal ou apresentar um sinal incorreto.	

	Nível 2	Representar por duas frações, no entanto, não apresentar o sinal correto na comparação de números representados por frações.	Representar por duas frações, no entanto, não apresentar o sinal correto na comparação de números representados por frações.	
	Nível 3	Representar sob a forma de fração corretamente.	Apresentar o sinal correto para comparar números representados por frações.	

No Quadro 4, pode-se observar os descritores do nível de conhecimento por objetivo específicos das tarefas da Fase Final.

QUADRO 4: DESCRITORES DO NÍVEL DE CONHECIMENTO POR OBJETIVO ESPECÍFICO DAS TAREFAS DA FASE FINAL.

	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Representar sob a forma de fração.	Identificar o numerador e o denominador.	Escrever a leitura da fração.
Tarefa 1	Nível 1	Não representar sob a forma de fração ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não identificar o numerador nem o denominador ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não escrever a leitura das frações ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.
	Nível 2	Representar sob a forma de fração, cometendo alguma incorreção.	Identificar um dos termos da fração, o numerador ou o denominador.	Escrever a leitura da fração, cometendo alguma incorreção.
	Nível 3	Representar corretamente sob a forma de fração.	Identificar corretamente o numerador e o denominador.	Escrever corretamente a leitura da fração.
Tarefa 2	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Identificar as figuras que representam $\frac{1}{4}$		
	Nível 1	Não identificar nenhuma figura, identificar a figura incorreta (Figura A) ou identificar uma das figuras corretas sem apresentar justificação.		
	Nível 2	Identificar uma das figuras corretas (Figura B ou Figura C), justificando a escolha através de representações		

		visuais, simbólicas ou verbais.		
	Nível 3	Identificar as duas figuras corretas (Figura B e Figura C), justificando a escolha através de representações visuais, simbólicas ou verbais.		
Tarefa 3	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Dividir a unidade em quatro partes iguais.	Identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{1}{2}$.	
	Nível 1	Não dividir a unidade, dividir num número diferente de dois ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	Não identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{1}{2}$ ou elaborar representações que em nada se relacionam com a tarefa.	
	Nível 2	Dividir a unidade em duas partes, cometendo alguma incorreção nas medições.	Identificar o ponto da reta que corresponde ao número representado pela fração $\frac{1}{2}$, sem apresentar uma explicação para a resolução.	
	Nível 3	Dividir corretamente a unidade em duas partes iguais.	Identificar o ponto da reta que corresponde ao número representado pela fração $\frac{1}{2}$, explicando a resolução através de representações visuais, simbólicas ou verbais.	
Tarefa 4	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Identificar as barras em que cada parte corresponde à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul.		
	Nível 1	Identificar incorretamente as barras que correspondem à representação da metade e da quinta parte da barra azul ou apresentar uma		

		resposta que em nada se relaciona com a tarefa.		
	Nível 2	Identificar uma das barras que corresponde à representação da metade ou à representação da quinta parte da barra azul ou identificar as duas barras sem apresentar uma explicação para a resposta.		
	Nível 3	Identificar as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul, justificando a escolha através de representações visuais, simbólicas ou verbais.		
Tarefa 5	Níveis de conhecimento	Objetivos específicos		
		Representar por duas frações.	Apresentar o sinal para comparar números representados por frações.	
	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou representar sob a forma de fração incorretamente.	Não apresentar qualquer sinal ou apresentar um sinal incorreto.	
	Nível 2	Representar por duas frações, no entanto, não apresentar o sinal correto na comparação de números representados por frações.	Representar por duas frações, no entanto, não apresentar o sinal correto na comparação de números representados por frações.	
	Nível 3	Representar sob a forma de fração corretamente.	Apresentar o sinal correto para comparar números representados por frações.	

2.4. Apresentação de resultados

Neste subcapítulo serão apresentados os resultados alcançados no decorrer da investigação. Como forma de organizar os resultados, este subcapítulo encontra-se dividido em três partes principais. Desta forma, na primeira parte, iremos apresentar os resultados relativos à Fase Inicial do estudo, que corresponde à fase que possibilitou compreender as principais dificuldades relativamente ao conhecimento matemático. A segunda parte será a Fase de Intervenção, na qual serão apresentados os resultados

relativos das quatro sessões realizadas. Por fim, a terceira parte será relativa à apresentação de resultados da Fase Final, fase em que a recolha de dados foi encerrada.

2.4.1. Fase Inicial

As tarefas da fase inicial foram resolvidas pelos alunos de forma individual e sem recurso a qualquer artefacto. Os alunos responderam a cinco questões (tarefas 1 a 5 do Apêndice 1).

Aluno A

Para responder à tarefa 1, o aluno A representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, porém trocou o numerador e o denominador e não compreendeu o que era solicitado na leitura das frações, uma vez que elaborou representações que em nada se relacionam com a tarefa (Figura 3), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 1.





Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
	$\frac{3}{4}$	4	3	3,4
	$\frac{2}{3}$	3	2	2,3
	$\frac{1}{2}$	2	1	1,2
	$\frac{6}{6}$	6	6	6,6

FIGURA 3: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno A não evidencia conhecimento no conceito de fração, uma vez que a figura A não está dividida em três partes iguais (Figura 4), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 1.

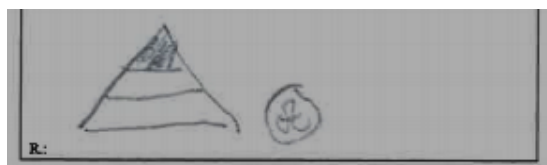


FIGURA 4: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 3, o aluno A apesar de ter dividido o segmento de reta entre 0 e 1 em quatro partes, localizou incorretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração, o que evidencia não ter compreendido o que representa cada parte na reta (Figura 5), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

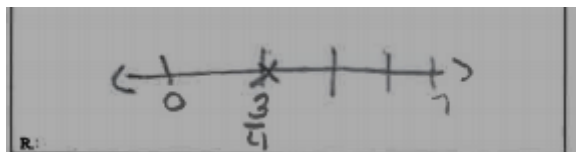


FIGURA 5: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 4, o aluno A identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul, porém não apresentou os procedimentos necessários à resolução (Figura 6), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.



FIGURA 6: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.

O aluno A, na resolução da tarefa 5 da fase inicial, utilizou uma representação visual, em que as frações não possuem a mesma área e não estão apresentados os sinais corretos (Figura 7), pelo que, nesta tarefa, o aluno se encontra no nível 1, tendo em conta os critérios estabelecidos.

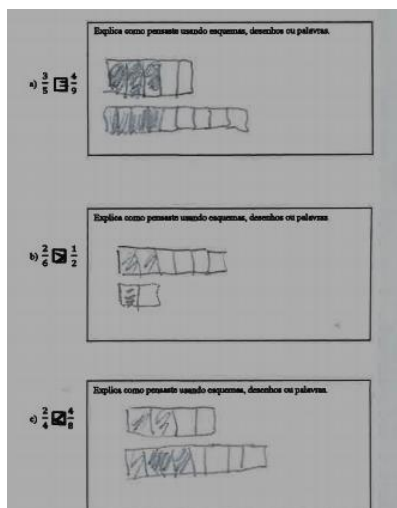


FIGURA 7: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.

Aluno B

O aluno B, na resolução da tarefa 1 da fase inicial, não representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, não identificou o numerador e denominador de cada figura e não compreendeu o que era solicitado na leitura (Figura 8). Dessa forma, o aluno encontra-se no nível 1, tendo em conta os critérios estabelecidos.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Letra
	$\frac{1}{4}$	3	1	3 ⁸
	$\frac{1}{5}$	2	1	20 ¹
	$\frac{1}{2}$	8	1	1 de 1
	$\frac{0}{6}$	0	6	0 de 6

FIGURA 8: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno B não evidencia conhecimento no conceito de fração, uma vez que a figura A não está dividida em três partes iguais (Figura 9), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 1.



FIGURA 9: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 3, o aluno B não evidencia conhecimento na reta numérica, nomeadamente na divisão do segmento de reta entre 0 e 1 em quatro partes iguais e na localização do ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 10), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 1.

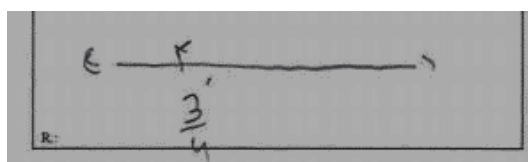


FIGURA 10: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 4, o aluno B identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul, mas não apresentou os procedimentos necessários à resolução (Figura 11), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

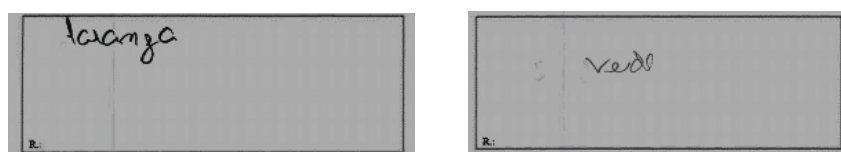


FIGURA 11: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.

O aluno B na resolução da tarefa 5 da fase inicial, utilizou uma representação visual, a reta numérica, na qual as frações estão localizadas incorretamente e não apresentou os sinais corretos na alínea b) e na alínea c) (Figura 12), pelo que nesta tarefa, o aluno encontra-se no nível 1, tendo em conta os critérios estabelecidos.

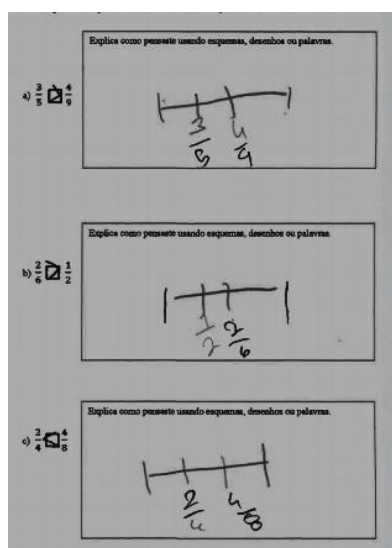


FIGURA 12: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.

Aluno C

O aluno C representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, tendo identificado o numerador e o denominador, porém não escreveu a leitura das frações corretamente (Figura 13). Desta forma, o aluno C, nesta tarefa, encontra-se no nível 2 tendo em conta os critérios de análise estabelecidos.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Letras
	$\frac{3}{4}$	3	4	três quatro
	$\frac{2}{3}$	2	3	dois três
	$\frac{1}{2}$	1	2	um dois
	$\frac{6}{6}$	6	6	seis seis

FIGURA 13: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno C evidencia conhecimento no conceito de fração, uma vez que utilizou uma representação verbal para explicar o seu raciocínio, todavia não

compreendeu que a figura B, também correspondia a essa fração (Figura 14), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

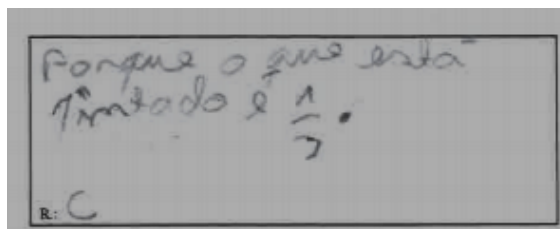


FIGURA 14: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 3, o aluno C evidencia conhecimento na reta numérica, tendo dividido o segmento de reta entre 0 e 1 em quatro partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 15), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

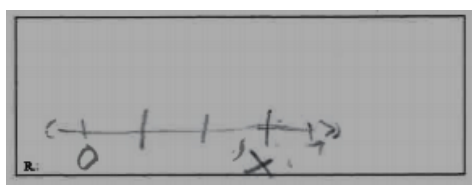


FIGURA 15: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 4, o aluno C identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul, porém não apresentou os procedimentos necessários à resolução (Figura 16), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

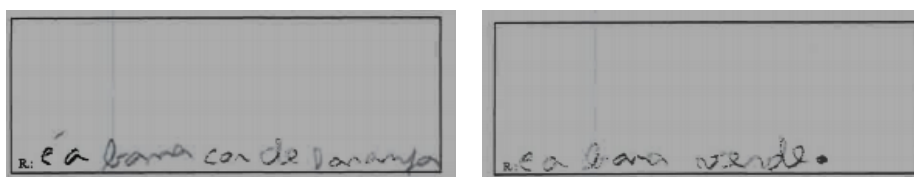


FIGURA 16: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.

O aluno C, na tarefa 5 da fase inicial, recorreu a uma representação visual em que as barras não estão divididas em partes iguais nem têm a mesma área. Apesar disso, apresentou o sinal de comparação correto em todas as frações, pelo que, nesta tarefa, se encontra no nível 2 (Figura 17).

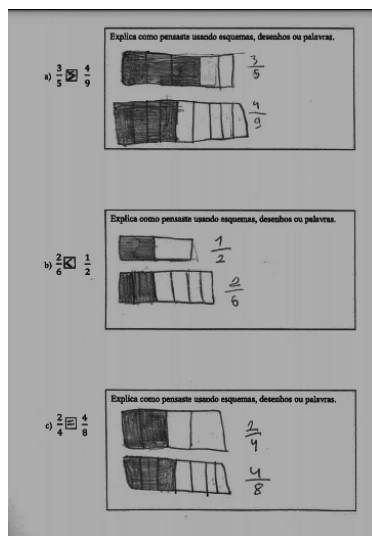


FIGURA 17: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.

Aluno D

O aluno D, ao resolver a tarefa 1 da fase inicial, representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, identificou o numerador e o denominador e escreveu corretamente as frações, evidenciando conhecimento na sua leitura. (Figura 18), assim o aluno encontra-se no nível 3.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Letura
	$\frac{3}{4}$	3	4	três quartos
	$\frac{2}{3}$	2	3	dois terços
	$\frac{1}{2}$	1	2	um meio
	$\frac{6}{6}$	6	6	seis sextos

FIGURA 18: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 1 DA FASE INICIAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno D apresentou representações visuais para explicar o seu raciocínio, todavia identificou a figura A, que não se encontra dividida em três partes iguais e identificou apenas uma das figuras que corresponde à fração, a figura C (Figura 19), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

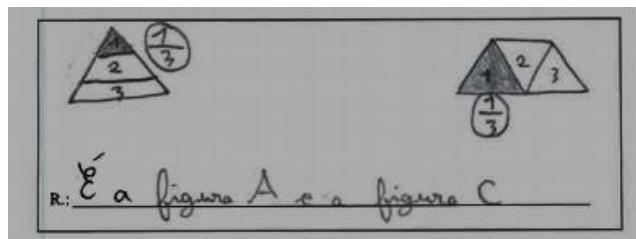


FIGURA 19: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 2 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 3, o aluno D evidencia conhecimento na reta numérica, uma vez que, dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em quatro partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 20), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

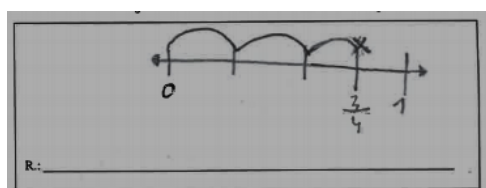


FIGURA 20: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 3 DA FASE INICIAL.

Na tarefa 4, o aluno D identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul, tendo utilizado representações visuais e verbais para explicar o seu raciocínio (Figura 21), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

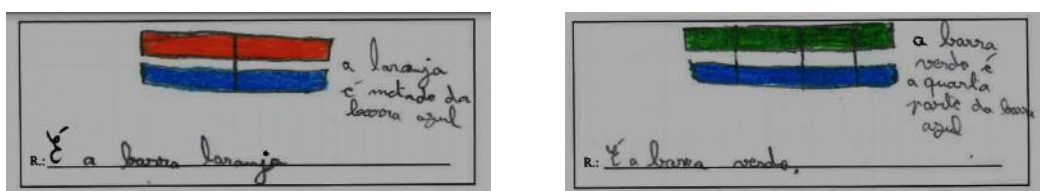


FIGURA 21: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 4 DA FASE INICIAL.

O aluno D, na tarefa 5 da fase inicial, recorreu a uma representação visual em que as barras não estão divididas em partes iguais nem têm a mesma área. Apesar disso apresentou o sinal correto em todas as frações, pelo que nesta tarefa, se encontra no nível 2 (Figura 22).

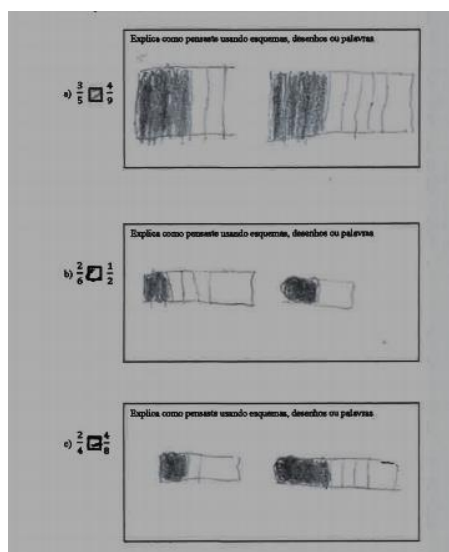


FIGURA 22: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 5 DA FASE INICIAL.

2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial

Concluída a apresentação dos dados da Fase Inicial e a posterior análise de todas as tarefas realizadas pelos quatro alunos na secção anterior, é possível referir que:

O aluno A revelou dificuldades no conceito de fração, nomeadamente em reconhecer a leitura das frações; em reconhecer que a unidade está dividida em partes iguais e na utilização da reta numérica, o que propicia a utilizar representações incorretas para comparar números representados sob a forma de fração (nível 1).

O aluno B apresentou resultados incorretos em todas as tarefas, não evidenciando conhecimento no conceito de fração. As dificuldades que se podem destacar neste aluno passam por não identificar o numerador e denominador de uma fração; na leitura de fração; na utilização da reta numérica, o que proporcionou a representações incorretas na comparação de números representados sob a forma de fração (nível 1).

O aluno C não evidenciou conhecimento na leitura das frações e revela dificuldades na comparação de números representados sob a forma de fração, uma vez que as unidades não tinham a mesma área. Apesar disso utilizou corretamente a reta numérica (nível 2).

O aluno D evidenciou dificuldades na comparação de números representados sob a forma de fração, uma vez que as unidades não tinham mesma área. Todavia, utilizou

representações adequadas para responder às tarefas, evidenciando algum conhecimento no conceito de fração (nível 2).

Assim, pode afirmar-se que estamos perante resoluções de alunos que elaboram diferentes representações o que origina resultados diferentes de acordo com os critérios de análise estabelecidos para este estudo.

2.4.2. Fase de Intervenção

A fase de intervenção do presente estudo, foi constituída por quatro sessões, onde os diversos pares realizaram um conjunto de tarefas recorrendo a artefactos concretos e digitais.

2.4.2.1. Sessão de Exploração – Sessão 1

Grupo 1

A primeira sessão consistiu na exploração de um novo ambiente de aprendizagem em que foi utilizada a *Applet* Representar por Frações. Assim, os alunos começaram por resolver tarefas do nível 1, de seguida do nível 2 e por fim do nível 3, como está explicado na secção 2.3.3.

Embora o estudo recaia em resultados de dois grupos, foi fulcral, abranger o contributo dos restantes elementos da turma. A sessão de exploração além de ter permitido aos alunos familiarizarem-se com a *applet*, também possibilitou ter uma perceção e uma preparação para a sessão de intervenção que envolvia o artefacto digital. As gravações áudio e as notas de campo, permitiram-nos tomar decisões acerca da sessão da fase de intervenção, relativa ao artefacto digital.

A abordagem utilizada foi de exploração do artefacto digital, tendo sido utilizadas três tarefas com níveis diferentes.

A tarefa 1 (tarefa em que os alunos utilizaram o nível 1 da *applet*) continha uma figura onde os alunos tinham de escrever a fração que representava a parte (do todo) pintada na mesma. (Figura 23).



FIGURA 23: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).

O aluno A teve dificuldades na identificação do numerador e do denominador, uma vez que referiu que as quatro partes da figura eram o numerador, não tendo compreendido o que representa cada parte da figura. Por sua vez o Aluno C demonstrou compreender o que representava cada parte e ajudou o Aluno A na resolução da tarefa. Posteriormente escreveram corretamente a fração solicitada como se pode verificar na Figura 23 e no seguinte diálogo:

Aluno A: Temos 4 partes, então esse é o numerador.

Aluno C: Não, temos 4 partes que é o total, o denominador. E temos quantas partes pintadas?

Aluno A: 3.

Aluno C: A fração é $\frac{3}{4}$. Concordas?

Aluno A: Sim. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Na tarefa 2 (tarefa em que os alunos utilizaram o nível 2 da *applet*) estava representada uma fração onde os alunos tinham de pintar na figura a parte (do todo), representada pela fração (Figura 24).



FIGURA 24: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).

Com base na Figura 24 verifica-se que os alunos compreenderam que, na figura, tinham de pintar um carro, uma vez que, a unidade era constituída por quatro carros, como está evidenciado no seguinte diálogo:

Aluno A: Qual é a fração que aparece?

Aluno C: A fração $\frac{1}{4}$.

Aluno A: Sim, por isso vamos pintar 1 carro.

Aluno C: É isso, porque a figura tem 4 carros, mas só temos 1 pintado. Vamos ver se está certo.

Aluno A: Boa, acertámos. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Podemos referir que nesta tarefa o grupo comunicou entre si, não tendo evidenciado qualquer dificuldade.

Grupo 2

A tarefa 3 (tarefa em que os alunos utilizaram o nível 3 da *applet*), continha um problema onde os alunos tinham de seleccionar a opção correcta.



FIGURA 25: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 1).

O aluno B demonstrou dificuldades, visto que, apesar de ter identificado oito partes na figura, não compreendeu que as partes não eram iguais. O Aluno D demonstrou compreender que a figura não estava dividida em partes iguais e auxiliou o Aluno B, que acabou por compreender. Desse modo seleccionaram a opção correcta como se pode verificar na Figura 25 e no seguinte diálogo:

Aluno B: A figura tem oito partes.

Aluno D: Sim.

Aluno B: É a primeira opção.

Aluno D: Mas as oito partes são iguais?

Aluno B: Não. Ah então é a última opção.

Aluno D: Exatamente. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Podemos referir que nesta tarefa foi fulcral a comunicação entre o grupo, uma vez que o Aluno B estava com alguma dificuldade, todavia o Aluno D ajudou-o a ultrapassá-la.

Nesta sessão os grupos exploraram os vários níveis da *Applet*, na qual os alunos C e D não demonstraram qualquer dificuldade e ajudaram os alunos A e B respetivamente. Assim, foi notório o empenho e entreajuda nos grupos.

2.4.2.2. Sessão 2

Na sessão 2 os alunos procederam à resolução de tarefas acerca da comparação de números representados sob a forma de fração com o mesmo denominador e com o mesmo numerador, com o auxílio do artefacto concreto designado de “Reta das Frações” (Apêndice 5).

Grupo 1

Os alunos resolveram a tarefa 1, tendo compreendido que as frações têm o mesmo denominador, mas não compreenderam que a fração maior correspondia a quem tinha lido um maior número de páginas, como se pode verificar na Figura 26 e no diálogo abaixo.

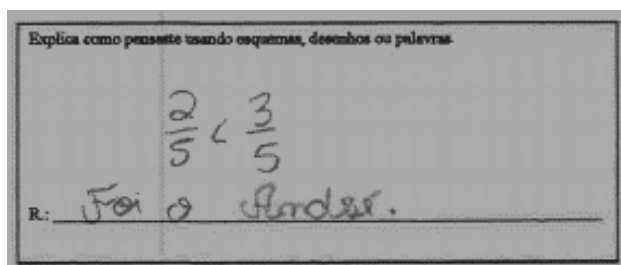


FIGURA 26: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).

Durante a realização da tarefa 1 o grupo comunicou entre si:

Aluno C: As frações têm o mesmo denominador.

Aluno A: E o 2 é mais pequeno que o 3, por isso quem leu mais foi o André.

Aluno C: Sim, foi o André. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Desta forma os alunos não compreenderam que em frações com o mesmo denominador é maior aquela que tem o maior numerador.

Os alunos resolveram a tarefa 2, tendo compreendido que as frações têm o mesmo numerador e representaram corretamente as frações, mas identificaram incorretamente o rapaz que comeu uma maior quantidade de bolo, como se pode verificar na Figura 27 e no diálogo abaixo.

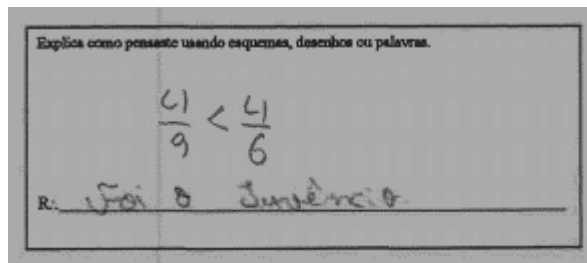


FIGURA 27: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).

Na realização da tarefa 2 o grupo dialogou:

Aluno A: O numerador é igual.

Aluno C: Sim e quem comeu mais bolo foi o Juvêncio, porque essa é a fração maior.

Aluno A: Certo. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Assim os alunos não compreenderam que em frações com o mesmo numerador é maior aquela que tem menor denominador.

Grupo 2

Passando agora para o grupo 2, nas figuras 28 e 29, verifica-se que alunos utilizaram uma representação visual, o modelo retangular, em que explicitaram os procedimentos necessários à resolução das tarefas.

Relativamente à tarefa 1, os alunos chegaram à conclusão de que quem leu um maior número de páginas foi o Francisco, tendo representado uma barra dividida em cinco partes iguais e pintaram três. De seguida representaram uma barra dividida no mesmo

número de partes e pintaram duas. Por fim compararam as barras e chegaram à conclusão de que a primeira era a maior como se pode verificar na Figura 28 e no diálogo abaixo.

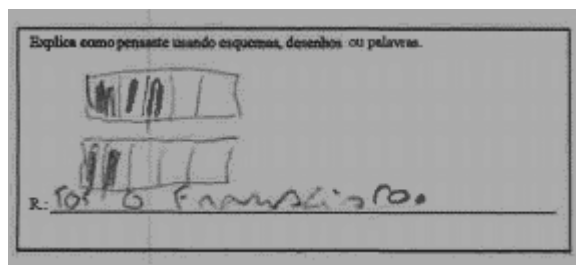


FIGURA 28: RESOLUÇÃO DA TAREFA ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).

Na realização da tarefa 1 o grupo 2 comunicou entre si:

Aluno B: As frações têm no total 5 partes.

Aluno D: Sim e vamos dividir cada livro em 5 partes iguais.

Aluno B: E depois vamos pintar 2 num livro e 3 no outro.

Aluno D: A barra que está mais pintada é a do Francisco, ele leu mais.

Aluno B: Vamos escrever a resposta. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Na tarefa 2, os alunos chegaram à conclusão de que quem comeu uma maior quantidade de bolo foi o Leandro tendo representado uma barra dividida em nove partes iguais e pintaram quatro. De seguida representaram uma barra dividida em seis partes iguais e pintaram quatro. Por fim compararam as barras e chegaram à conclusão de que a segunda era a maior como se pode verificar na Figura 29.

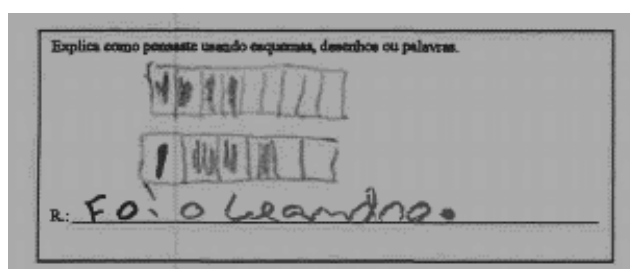


FIGURA 29: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 2).

Após a realização das tarefas, a discussão em grande grupo permitiu que os alunos compreendessem que em frações com o mesmo denominador é maior aquela que tem maior numerador e em frações com o mesmo numerador é maior aquela que tem menor denominador.

2.4.2.3. Sessão 3

Na sessão 3 os alunos procederam à resolução de tarefas acerca da comparação de números representados sob a forma de fração utilizando o artefacto concreto (cartolinas). Para isso procederam à dobragem das mesmas em partes iguais e pintaram as partes do todo representadas pelas frações dadas (Apêndice 6). Seguidamente compararam os números representados sob a forma de fração com o auxílio da cartolina e por fim resolveram uma questão problemática.

Grupo 1

Na tarefa 1a, o grupo começou por dobrar uma cartolina em quatro partes iguais. De seguida, desenharam-na na folha de resposta e pintaram uma parte azul e três em laranja, como lhes era solicitado, como se pode verificar na Figura 30.



FIGURA 30: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1A ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Passando à tarefa 1b, o grupo começou por dobrar uma cartolina em oito partes iguais. Seguidamente, desenharam-na na folha de resposta tendo pintado duas partes de castanho e seis em vermelho, como lhes foi pedido, sem evidenciar qualquer dificuldade, como se pode verificar na Figura 31.



FIGURA 31: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1B ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na tarefa 2, os alunos com base nas dobragens que tinham realizado compararam números representados sob a forma de fração. Para isso, na alínea a) começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram uma e de seguida representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram duas. Por fim

chegaram à conclusão de que as barras tinham a mesma parte pintada e utilizaram o sinal correto. Na alínea b) começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais, pintaram três e de seguida representaram uma parte pintada na barra dividida em oito partes e pintaram quatro.

Na alínea c) começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram uma e de seguida representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram quatro. Por último chegaram à conclusão de que a segunda parte pintada na barra era maior e utilizaram o sinal correto, como se pode verificar na Figura 32.

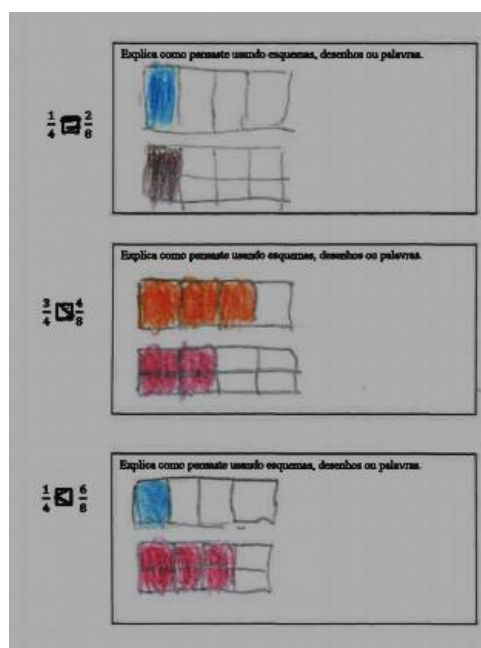


FIGURA 32: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na tarefa 3, os alunos começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram três. De seguida representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram quatro. Por fim chegaram à conclusão de que a primeira parte pintada na barra era maior e responderam corretamente à questão, como se pode verificar na Figura 33.

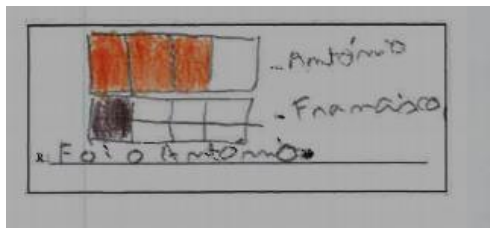


FIGURA 33: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

GRUPO 2

Passando ao grupo 2, na tarefa 1a, o grupo começou por dobrar uma cartolina em quatro partes iguais. De seguida, desenharam-na na folha de resposta e pintaram uma parte azul e três em laranja, conforme lhes era pedido, como se pode verificar na Figura 34.

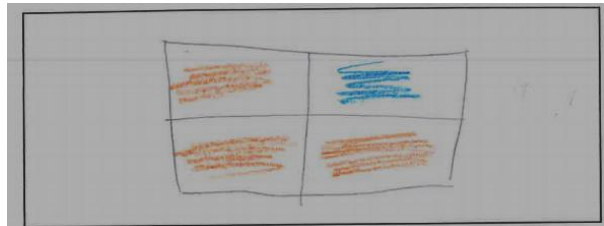


FIGURA 34: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1A ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Seguidamente, na tarefa 1b, o grupo começou por dobrar uma cartolina em oito partes iguais. Seguidamente, desenharam-na na folha de resposta tendo pintado duas partes de castanho e seis em vermelho, conforme lhes foi pedido, como se pode verificar na Figura 35.

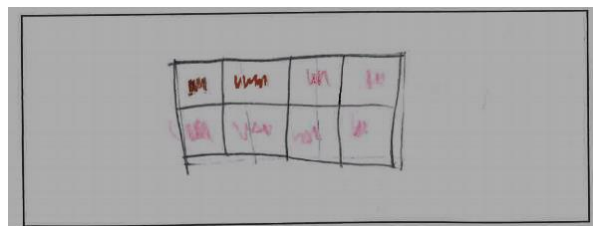


FIGURA 35: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1B ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Posteriormente, na tarefa 2, os alunos, com base nas dobragens que tinham realizado, compararam números representados por frações. Para isso, na alínea a) começaram pela representação de uma barra dividida em quatro partes iguais, tendo pintado uma e de seguida representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram duas. Por fim chegaram à conclusão de que as barras continham a mesma parte pintada e utilizaram o sinal correto. Na alínea b) começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram três, seguidamente representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram quatro. No fim chegaram à conclusão de que a primeira parte pintada na barra era maior e utilizaram o sinal correto. Na alínea c) começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram uma e de seguida representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram quatro. Por último

chegaram à conclusão de que a segunda parte pintada na barra era maior e utilizaram o sinal correto, como se pode verificar na Figura 36.

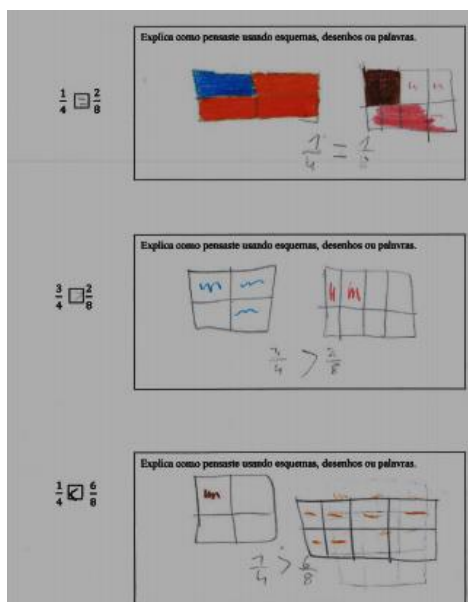


FIGURA 36: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na tarefa 3, os alunos começaram por representar uma barra dividida em quatro partes iguais e pintaram três. De seguida, representaram uma barra dividida em oito partes iguais e pintaram quatro. Por fim chegaram à conclusão de que a primeira parte pintada na barra era maior e responderam corretamente à questão, como se pode verificar na Figura 37.

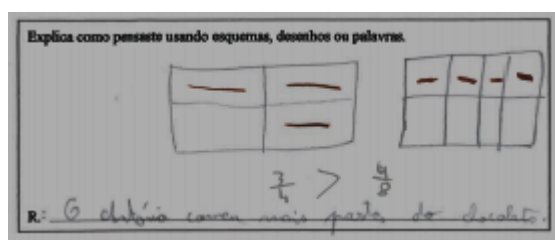


FIGURA 37: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Esta sessão foi de extrema importância, porque os alunos desenvolveram a motricidade fina ao dobrarem cartolinas sem evidenciarem dúvidas na execução e, a partir delas, resolveram as tarefas propostas. Além disso permitiu que os alunos comparassem os números representados por frações corretamente. No fim da discussão em grande grupo, os alunos manifestaram um grande entusiasmo tendo referido comentários como: "Adorei

dobrar cartolinas” e “Foi muito giro e aprendi muito.” É de salientar que os dois grupos dobraram as cartolinas de forma distinta, mas chegaram aos resultados pretendidos.

2.4.2.4. Sessão 4

Na sessão 4 os alunos procederam à resolução de tarefas acerca da representação de partes de um todo por frações utilizando um artefacto digital (*applet* da Plataforma do *Hypatiamat* – Quero resolver questões de...) (Apêndice 7).

Grupo 1

Os alunos do grupo 1, demonstraram compreender a parte que lhes era solicitada para pintar no aquário. Para isso pintaram 3 peixes no computador. De seguida, na folha de resposta utilizaram uma representação verbal, como se pode verificar na Figura 38.

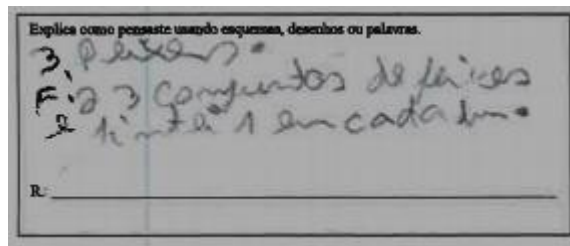


FIGURA 38: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na tarefa 2, os alunos demonstraram compreender que a figura tinha 10 aviões e que tinham de pintar aqueles que não iam partir. Dessa forma, pintaram 7 aviões no computador. De seguida, na folha de resposta utilizaram uma representação verbal para chegar à resposta correta, como se pode verificar na Figura 39 e no diálogo abaixo.

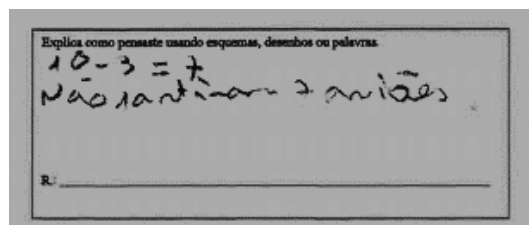


FIGURA 39: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na resolução da tarefa o aluno A estava com dúvidas e o aluno C esclareceu, como se pode observar no seguinte diálogo:

Aluno A: Esta é difícil...

Aluno C: 3 aviões vão partir, por isso 7 não vão.

Aluno A: Ahh já percebi. Calculamos 10 menos 3 que dá 7. Então 7 não vão partir.

Aluno C: Isso mesmo. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Na última tarefa, os alunos demonstraram compreender que o quadrado estava dividido em 16 partes iguais e pintaram seis partes no computador. De seguida, na folha de resposta utilizaram uma representação verbal e referiram a fração corretamente, como se pode verificar na Figura 40.

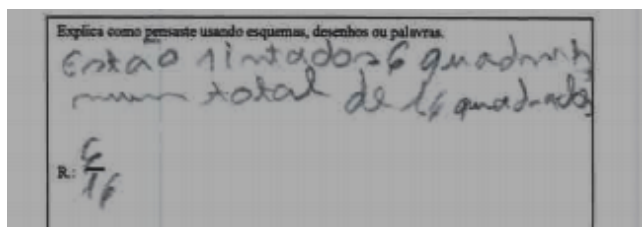


FIGURA 40: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 1 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Grupo 2

Passando ao grupo 2, os alunos demonstraram compreender a parte que lhes era solicitada para pintar no aquário. Para isso pintaram 3 peixes no computador. De seguida, na folha de resposta, utilizaram uma representação visual, na qual representaram 9 peixes e pintaram 3, como se pode verificar na Figura 38.

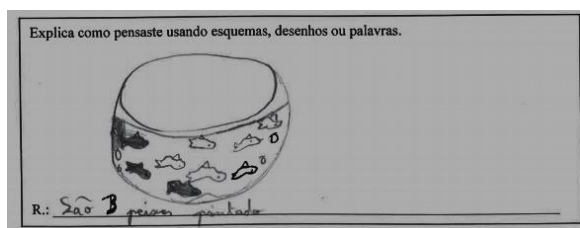


FIGURA 41: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

De seguida, na tarefa 2, os alunos demonstraram compreender que a figura tinha 10 aviões, mas interpretaram incorretamente a questão, tendo pontado aqueles que iam partir. Dessa forma, pintaram 3 aviões no computador. De seguida, na folha de resposta utilizaram uma representação visual para chegar à resposta, como se pode verificar na Figura 42.

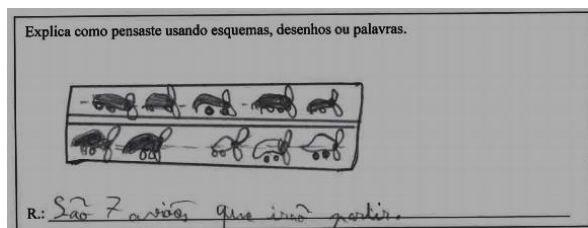


FIGURA 42: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Por fim, os alunos demonstraram compreender que o quadrado estava dividido em 16 partes iguais e pintaram seis partes no computador. Seguidamente, na folha de resposta utilizaram uma representação visual e outra verbal, em que representaram um quadrado dividido em 16 partes e pintaram seis tendo referido a fração corretamente, como se pode verificar na Figura 43 e no diálogo abaixo.

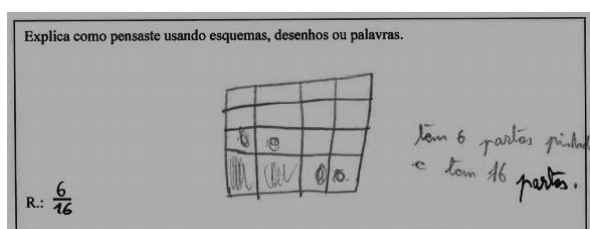


FIGURA 43: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 ELABORADA PELO GRUPO 2 NA FASE DE INTERVENÇÃO (SESSÃO 3).

Na resolução da tarefa, o aluno D demonstrou conhecimento matemático relativo ao conceito de numerador e de denominador da fração, como se pode verificar no seguinte diálogo:

Aluno D: O quadrado está dividido em 16 partes iguais e queremos pintar quantas partes?

Aluno B: 6 partes.

Aluno D: Vamos desenhar um quadrado e pintar as 6 partes. (Transcrições do registo áudio do grupo)

Após a realização das tarefas, os alunos mostraram-se bastante motivados, por poderem utilizarem uma *applet* presente na plataforma *Hypatiamat*.

2.4.2.5. Síntese da Fase de Intervenção

Ao analisar os resultados apresentados na Fase de Intervenção pode referir-se que:

O grupo 1 constituído pelos alunos A e C foi evoluindo ao longo das sessões e o aluno C sempre se mostrou disponível para ajudar o aluno A que mostrava maior dificuldade na resolução das tarefas. A comunicação entre o grupo foi fulcral, uma vez que começaram por representar de forma visual e na última sessão representaram de forma verbal, o que revela uma evolução na compreensão dos procedimentos efetuados.

O grupo 2 constituído pelos alunos B e D, tal como o grupo anterior evoluiu ao longo das sessões, visto que o aluno D esteve permanentemente atento às dúvidas do seu par e esclareceu-as, o que foi de extrema importância no decorrer das sessões e que demonstra uma evolução na compreensão dos procedimentos realizados.

A utilização dos artefactos concretos e digitais mostrou-se de extrema importância na evolução das representações dos alunos e da compreensão dos procedimentos realizados. Além disso é notória a entreajuda de cada grupo, uma vez que permitiu que os alunos que tinham maior facilidade, os alunos C e D, ajudassem e esclarecessem as dúvidas aos seus pares, A e B respetivamente.

2.4.3. Fase Final

À fase de intervenção seguiu-se a fase final, que consistiu na resolução individual de tarefas para os alunos (Apêndice 9), sem o auxílio dos artefactos concretos e digitais.

Aluno A

O aluno A, na tarefa 1 da fase final, representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, identificou os numeradores e os denominadores e escreveu a leitura das frações corretamente (Figura 44). Assim o aluno A, na tarefa 1, encontra-se no nível 3, tendo em consideração os critérios de análise estabelecidos.





Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
	$\frac{2}{4}$	2	4	dois quatro
	$\frac{1}{3}$	1	3	um três
	$\frac{1}{2}$	1	2	um dois
	$\frac{3}{3}$	3	3	três três

FIGURA 44: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.

Na tarefa 2, o aluno A evidencia conhecimento no conceito de fração, uma vez que identificou a figura C como estando dividida em quatro partes iguais. Porém, não identificou a figura B (Figura 45), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

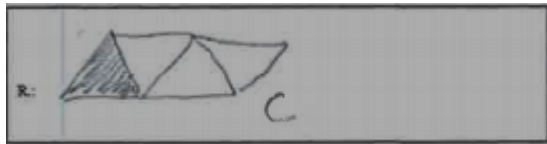


FIGURA 45: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.

Na tarefa 3, o aluno A, dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em duas partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 46), assim encontra-se no nível 3.



FIGURA 46: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.

Na tarefa 4, o aluno A identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul, tendo utilizado representações visuais para explicar o seu raciocínio (Figura 47), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

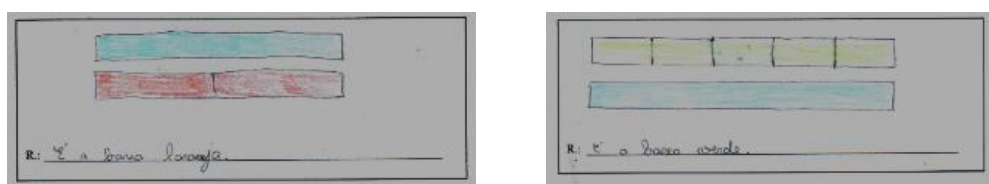


FIGURA 47: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.

Na tarefa 5, o aluno A, recorreu a uma representação visual em que as barras não estão divididas em partes iguais nem têm a mesma área. Apesar disso utilizou o sinal correto na comparação dos números representados por frações. Desta forma, na tarefa 5 da fase final, referente à comparação de números representados sob a forma de fração o aluno A encontra-se no nível 2 tendo em conta os critérios de análise estabelecidos (Apêndice 11).

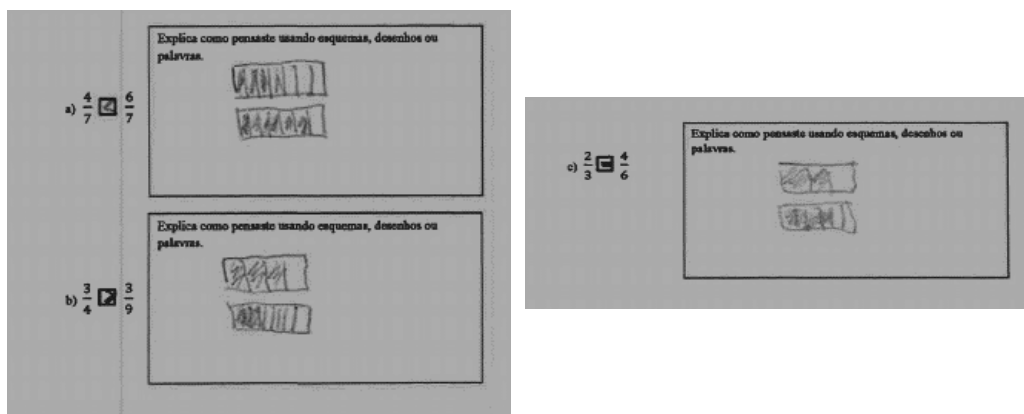


FIGURA 48: RESOLUÇÃO DO ALUNO A DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.

Aluno B

O aluno B, quando respondeu à tarefa 1 da fase final, representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, identificou os numeradores e os denominadores e escreveu corretamente a leitura das frações, todavia cometeu um pequeno lapso na última fração (redigiu três ao invés de três terços ou uma unidade) (Figura 49). Assim, o aluno B encontra-se no nível 3, tendo em consideração os critérios de análise estabelecidos.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
	$\frac{2}{4}$	2	4	dois quartos
	$\frac{1}{3}$	1	3	um terço
	$\frac{1}{2}$	1	2	um meio
	$\frac{3}{3}$	3	3	três

FIGURA 49: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno B apresentou representações verbais para explicar o seu raciocínio, mas identificou a figura A, que não se encontra dividida em três partes iguais e identificou apenas uma das figuras que corresponde à fração, a figura C (Figura 19), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 2.

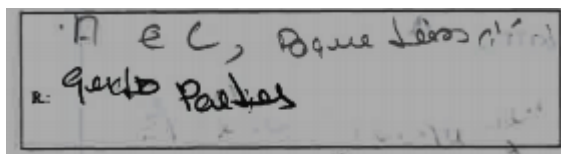


FIGURA 50: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.

Na tarefa 3, o aluno B dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em duas partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 51), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

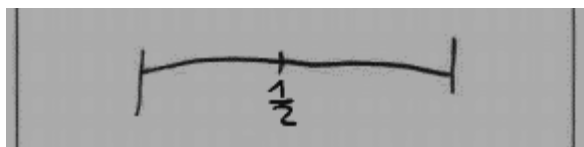


FIGURA 51: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.

Na tarefa 4, o aluno B identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul, tendo utilizado representações visuais para explicar o seu raciocínio (Figura 52), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

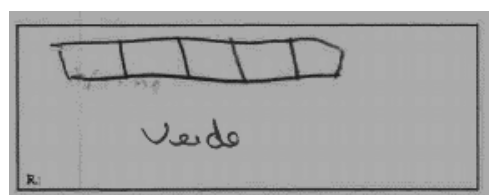
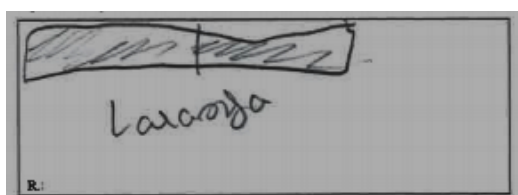


FIGURA 52: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.

Na fase final, na tarefa 5, o aluno B, recorreu a uma representação visual em que as barras não estão divididas em partes iguais nem têm a mesma área e apenas na alínea b) usou o sinal correto (Figura 53). Dessa forma e de acordo com os critérios estabelecidos o aluno B encontra-se no nível 1.

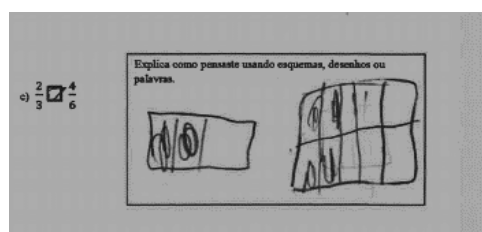
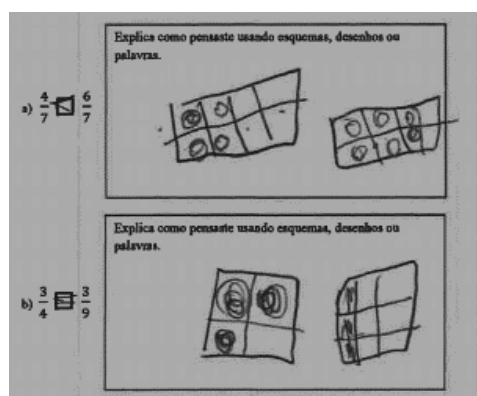


FIGURA 53: RESOLUÇÃO DO ALUNO B DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.

Aluno C

O aluno C, na tarefa 1, A representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, identificou os numeradores e os denominadores e escreveu corretamente a leitura das frações, na qual redigiu um pequeno lapso (na primeira fração redigiu dois quatro ao invés de dois quartos), tendo compreendido o conceito de fração (Figura 54). Por este motivo, o aluno C enquadra-se no nível 3, na tarefa 1, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos (Apêndice 11).

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
	$\frac{2}{4}$	2	4	dois quatro
	$\frac{1}{3}$	1	3	um três
	$\frac{1}{2}$	1	2	um dois
	$\frac{3}{3}$	3	3	três três

FIGURA 54: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno C evidencia conhecimento no conceito de fração, uma vez que apresentou de forma verbal, as figuras que estão divididas em quatro partes iguais (Figura 55), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

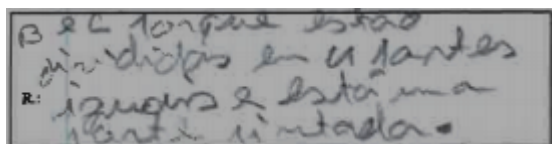


FIGURA 55: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.

Na resolução da tarefa 3, o aluno C evidencia conhecimento na reta numérica, visto que dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em duas partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 56), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

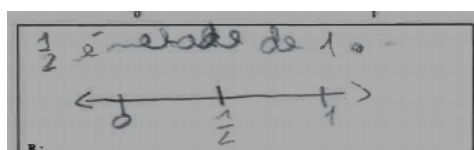


FIGURA 56: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.

Na tarefa 4, o aluno C identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul, tendo utilizado representações visuais para explicar o seu raciocínio (Figura 57), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.



FIGURA 57: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 4 DA FASE FINAL

O aluno C, na tarefa 5, recorreu a uma representação visual em que as unidades escolhidas não tinham a mesma área (Figura 58). Desse modo e de acordo com os critérios estabelecidos, o aluno C encontra-se no nível 2 (Apêndice 11).

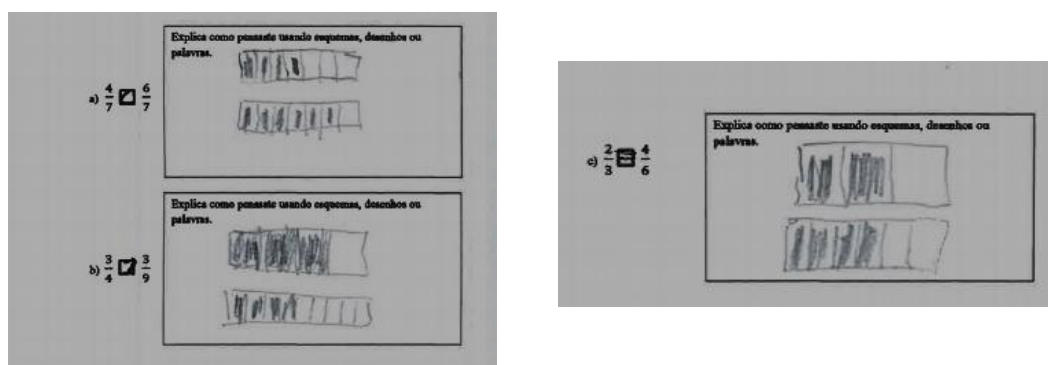


FIGURA 58: RESOLUÇÃO DO ALUNO C DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.

Aluno D

O aluno D, na tarefa 1, A representou a área da figura pintada corretamente sob a forma de fração, identificou os numeradores e os denominadores e escreveu a leitura das frações corretamente (Figura 59). Desse modo, o aluno D, encontra-se no nível 3 de acordo com os critérios estabelecidos nos objetivos das tarefas da Fase Final (Apêndice 11).





Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
	$\frac{1}{4}$	1	4	dois quartos
	$\frac{1}{3}$	1	3	um terço
	$\frac{1}{2}$	1	2	um meio
	$\frac{3}{3}$	3	3	três terços

FIGURA 59: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 1 DA FASE FINAL.

Na resolução da tarefa 2, o aluno D evidencia conhecimento no conceito de fração, que representou as frações de forma visual, tendo identificado a figura B e a figura C como representarem um quarto (Figura 60), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

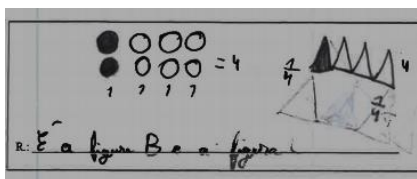


FIGURA 60: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 2 DA FASE FINAL.

Na resolução da tarefa 3, o aluno D evidencia conhecimento na reta numérica, uma vez que, dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em duas partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (Figura 61), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.

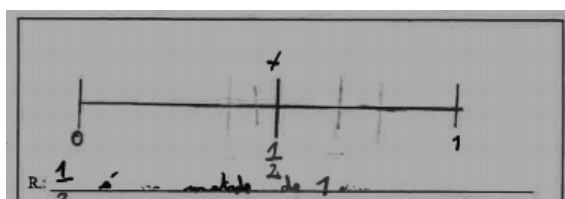


FIGURA 61: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 3 DA FASE FINAL.

Na tarefa 4, o aluno D identificou as duas barras que correspondem à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul, tendo utilizado representações visuais para explicar o seu raciocínio (Figura 62), pelo que nesta tarefa se encontra no nível 3.



FIGURA 62: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 4 DA FASE FINAL.

O aluno D, resolveu a tarefa 5 utilizando uma representação visual, tendo dividido a unidade em partes iguais e apresentado os sinais corretos (Figura 63). Desse modo o aluno D, encontra-se no nível 3 de acordo com os critérios estabelecidos (Apêndice 11).

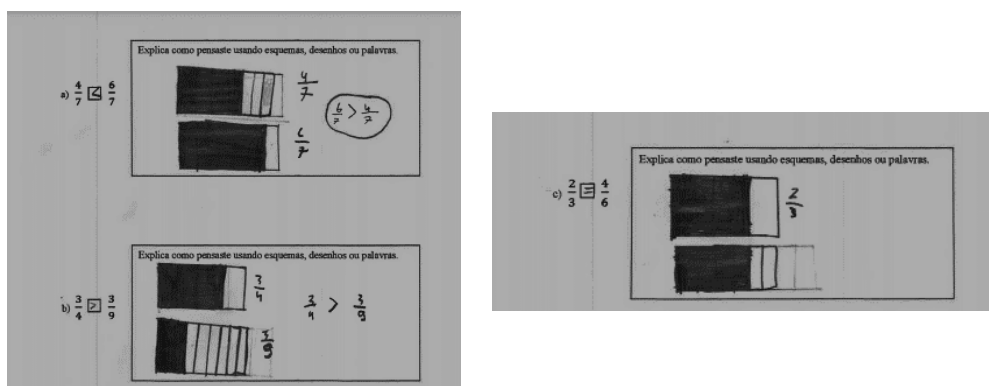


FIGURA 63: RESOLUÇÃO DO ALUNO D DA TAREFA 5 DA FASE FINAL.

2.4.3.1. Síntese da Fase Final

Em relação ao conceito de fração e de comparação de números sob a forma de fração e tendo em conta evidências apresentadas anteriormente, pode afirmar-se que os quatro alunos, desde a fase inicial até à fase final, melhoraram a forma de explicar o seu raciocínio através da manipulação do artefacto concreto e do artefacto digital. Desta forma, podemos referir que:

O aluno A evoluiu consideravelmente, uma vez que reconheceu a leitura de frações; identificou corretamente o ponto da reta correspondente ao número representado pela fração e comparou corretamente os números representados por frações tendo utilizado representações adequadas (nível 3).

O aluno B evoluiu significativamente evidenciando conhecimento no conceito de fração, visto que identificou o numerador e denominador de uma fração; compreendeu a leitura

de fração e dividiu o segmento de reta entre 0 e 1 em duas partes iguais e localizou corretamente o ponto correspondente ao número representado pela fração (nível 2).

O aluno C evidenciou conhecimento na leitura das frações e ultrapassou algumas das dificuldades relativas à comparação de números representados por frações, porém as unidades escolhidas não tinham a mesma área (nível 2).

O aluno D evidenciou conhecimento na comparação de números representados por frações, uma vez que as unidades escolhidas tinham a mesma área (nível 3).

2.5. Discussão de Resultados

Os alunos na Fase Inicial demonstraram dificuldades em saber que a unidade se encontrava dividida em partes iguais e não utilizaram as representações adequadas para a resolução das tarefas, comparando os números representados por frações incorretamente. Monteiro e Pinto (2005) referiram que, nos primeiros anos de escolaridade, os alunos aprendem diferentes tipos de números, bem como, as suas propriedades. Além disso, no 1.º CEB os alunos trabalham com os números representados sob a forma de fração, o que provoca diversos tipos de dificuldades. Uma delas prende-se com o conceito de fração ser abordado num ensino descontextualizado de símbolos e regras operatórias. Desse modo, Monteiro e Pinto (2005) realçaram o seguinte aspeto: A aprendizagem do estudo das frações é bastante mais focada nos procedimentos do que nos conceitos e raramente são estabelecidas pontes entre uns e outros. Brocardo (2010) concluiu que se deve trabalhar os números racionais, na sua representação fracionária, atribuindo-lhes sentido a partir de contextos significativos. O PMEB (2013) salienta a importância de usar diferentes contextos que permitam aprofundar a compreensão dos números racionais.

Enquanto nativos digitais (Prensky, 2006, citado por Pinto, 2014), os alunos evidenciaram estar à vontade com a plataforma *Hypatiamat*, o que se revelou de extrema importância para o presente estudo. O uso da ferramenta digital possibilitou aos alunos estarem mais motivados, empenhados e interessados, perante este novo ambiente de aprendizagem. Visto que a *Applet* fornece um feedback imediato, verificámos que é extremamente

relevante para o entusiasmo dos alunos. Estas conclusões vão ao encontro dos resultados obtidos nos estudos realizados por Silva (2018), Henriques e Gil (2017) e Tavares e Gil (2017). Os registos áudio foram de grande importância no presente estudo, pois permitiram recolher dados mais fidedignos do trabalho desenvolvido pelos alunos durante as sessões da Fase de Intervenção como foi concluído por Araújo (2014) no seu trabalho. Este meio de recolha de dados, bem como, a observação participante da Investigadora, permitiram concluir que o trabalho a pares é benéfico para os alunos indo ao encontro de estudos realizados por Silva (2018) e Marques (2018). O trabalho a pares permite que os alunos partilhem as suas ideias e desenvolvam a linguagem matemática (Guerreiro et al., 2016; Silva, 2018). Para além disto, o trabalho a pares favoreceu a aprendizagem colaborativa e a cooperação entre os alunos (Carneiro et al., 2020).

Os resultados obtidos neste estudo comprovam as conclusões de Silva (2018) e Marques (2018) visto que ao longo das diversas fases do estudo, os alunos A e B apresentaram níveis de conhecimento inferiores relativamente aos alunos C e D na comparação de números representados por frações. Ao longo do estudo confirmou-se que a noção de fração e a comparação entre números representados sob a forma de fração é onde os alunos demonstram ter mais dificuldades. Além disso é relevante que o professor recorra à utilização de artefactos concretos e digitais, para que sirva como apoio à compreensão de diferentes representações dos números racionais. É de extrema importância que o professor oriente a forma de ensinar de modo que os alunos se sintam apoiados e, em simultâneo conheçam e distingam o que já sabem daquilo que precisam saber (NTCM, 2007).

Assim NCTM (2007) defendeu que os alunos devem ter oportunidade para trabalhar individualmente, em pares ou em pequenos grupos, para encontrarem soluções e discutirem-nas com os colegas. Os professores devem também promover a discussão e a justificação de diversas soluções por parte dos alunos, dar ênfase à análise de erros, perceber o que impede os alunos de progredirem na aprendizagem e deixá-los explicar as suas dúvidas (Gonçalves, 2011).

A análise dos dados obtidos comprovou que a utilização dos artefactos concretos e digitais promoveu a aprendizagem com compreensão dos números racionais não negativos,

nomeadamente, na sua noção e comparação, havendo uma evolução dos níveis 1 e 2, na Fase Inicial, para os níveis 2 e 3, na Fase Final.

QUADRO 5: COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS OBTIDOS PELOS ALUNOS A, B, C E D DA FASE INICIAL PARA A FASE FINAL.

Alunos	Fase Inicial	Fase Final
Aluno A	1	3
Aluno B	1	2
Aluno C	2	3
Aluno D	2	3

O Quadro 5 apresenta apenas uma comparação de valores entre os níveis que os alunos obtiveram nas tarefas da Fase Inicial (Apêndice 2) e nas tarefas da Fase Final (Apêndice 10). Todavia e apesar do estudo ter sido aplicado a toda a turma e terem sido analisados apenas quatro alunos, os dados recolhidos permitiram afirmar que a utilização de artefactos concretos e digitais tiveram um impacto positivo na compreensão do conceito de fração e da comparação de números representados por frações.

No que diz respeito a este estudo, uma das principais dificuldades manifestadas pelos alunos foi na comparação de números representados sob a forma de fração. Ao longo das sessões pode-se verificar pelos resultados apresentados que esta dificuldade foi sendo ultrapassada e que na Fase Final foi praticamente superada.

2.6. Conclusões

Com a realização do estudo pretendeu-se responder à questão de investigação: De que modo o uso das *applets* da Plataforma *Hypatiamat* e de artefactos concretos influenciaram a compreensão dos alunos sobre conceito de números racionais não negativos, numa turma do 3.º ano de escolaridade?

De acordo com os resultados apresentados, pode dizer-se que, os objetivos delineados para este estudo foram alcançados, uma vez que os artefactos concretos e os artefactos digitais contribuíram de uma forma significativa para a aprendizagem dos alunos, permitindo que os alunos compreendessem o conceito de fração e a comparação de números representados por frações.

Os quatro alunos, de um modo geral, chegaram ao final do estudo a identificar números representados por frações e a compará-los, evidenciando que a utilização dos artefactos utilizados ajudou os alunos na compreensão destes conceitos. Também, os alunos terem trabalhado em pares foi um fator de extrema importância na motivação para a realização das tarefas, uma vez que, permitiu a comunicação entre pares que promoveu aprendizagens significativas.

Ao longo do estudo os alunos cooperaram, que é um aspeto fulcral que deve ser trabalhado com crianças desde tenra idade.

Os quatro alunos não chegaram todos ao nível 3, mas todos progrediram, demonstrando que compreenderam os conceitos abordados.

Assim, torna-se fulcral uma reflexão do professor relativamente à sua prática, às necessidades de cada aluno e à aplicação de tarefas que se adequem a contextos significativos dos alunos (Brocardo, 2010).

Desta forma, a formação inicial de professores permite que os futuros professores compreendam as potencialidades do uso das ferramentas digitais para o processo de ensino e de aprendizagem (Martins, 2020).

Uma limitação verificada neste estudo na Fase de Intervenção, prende-se com a captação áudio, visto que os computadores se encontravam próximos uns dos outros. Assim a análise destes registos áudio foi bastante dificultada.

No que respeita a futuros estudos ou futuras práticas a serem implementadas, este relatório poderá ser o ponto de partida para que a promoção da aprendizagem do conceito de fração seja efetuada com recurso a diversos tipos de artefactos concretos e digitais. Sugeria-se ainda um estudo acerca deste tema em outros níveis de escolaridade, principalmente no 2.º ano do 1.º CEB, uma vez que é o primeiro ano em que os alunos aprendem a noção de fração.

3. COMPONENTE REFLEXIVA

3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

O primeiro estágio curricular que realizei ao longo destes dois anos de mestrado foi numa turma de 3.º ano do 1.º CEB, que considero que foi uma mais-valia para a minha construção pessoal e profissional uma vez que me permitiu adquirir inúmeros conhecimentos ao longo de todo o percurso.

Este estágio foi uma experiência bastante enriquecedora tanto a nível pessoal como a nível profissional, uma vez que, estabeleci uma boa relação com os alunos e este proporcionou a prática dos conhecimentos e conceitos adquiridos ao longo da licenciatura e mestrado. Segundo Duarte (2012) é no estágio que nos deparamos com várias realidades, acontecimentos que nos obrigam a ser audazes na aplicação das metodologias mais bem indicadas nessas situações, mas também é aí que obtemos a aprovação ou não, dos que nos orientam e obtemos uma reação, que fará com que no futuro a forma de aplicação das metodologias seja de forma diversificada e se ajuste às crianças.

A presença e acompanhamento da professora cooperante foi de extrema importância, uma vez que acompanhou as aulas, percebeu as inseguranças e falhas e ajudou-me a crescer e a desenvolver os pontos fracos que mostrei ao lecionar, os diversos conteúdos.

A turma na generalidade era equilibrada, respeitadora, no entanto, um pouco agitada. Porém, os alunos tiveram um bom aproveitamento, havendo, no entanto, bastantes oscilações entre os ritmos de aprendizagem e a rapidez de execução de tarefas de três alunos e dos restantes da turma.

É de salientar que, todas segundas-feiras, o dia iniciava com a ida à biblioteca, no qual os alunos partilhavam as novidades do fim de semana. Esta atividade era muito enriquecedora, uma vez que, permitia às crianças desenvolverem a sua expressão oral.

A expressão oral é entendida como a aptidão “(...) para produzir sequências fónicas dotadas de significado e conformes à gramática da língua” (Reis, 2009, p. 16). A expressão oral implica a mobilização de saberes linguísticos e sociais, pressupõe o conhecimento dos papéis desempenhados pelos falantes, bem como, uma atitude cooperativa na interação comunicativa (Reis, 2009). Assim, comunicar é um exemplo evidente da correlação entre

as duas componentes descritas: o interlocutor utiliza as capacidades de expressão oral, quando verbaliza o seu pensamento, e mobiliza as suas capacidades de compreensão do oral, quando ouve o outro interlocutor.

Durante a realização do estágio realizei uma experiência-chave designada *Estratégias para o ensino do Português como Língua Não Materna*, uma vez que me deparei com uma criança que chegou à turma em novembro e que não falava uma única palavra em português. Dessa forma achei pertinente realizar a minha experiência chave, de forma a conhecer e compreender como uma professora pode contribuir e facilitar a aprendizagem de uma língua não materna. Esta experiência-chave tinha como objetivos:

Apurar a manifestação de dificuldades sentidas na compreensão do oral e na expressão oral em Português sobre as divisões da casa; reconhecer os objetos de cada divisão, as cores, os frutos e interpretar uma receita e as quantidades envolvidas na mesma.

Perceber as dificuldades que a aluna manifesta ao nível da leitura e da escrita relativamente à escrita das divisões da casa; dos objetos de cada divisão; das cores; dos frutos e da interpretação de uma receita e das quantidades envolvidas na mesma.

Durante a intervenção, fui-me apercebendo, que o material que levei (a casa em corte transversal e a cesta de frutos), motivou a aluna. Ela aprendeu facilmente o nome das divisões da casa e o nome dos objetos de cada divisão. Relativamente ao nome das cores, verifiquei que, a aluna não teve qualquer dificuldade, pois, já os tinha aprendido anteriormente. Em relação ao nome dos frutos, a aluna não evidenciou dificuldade na expressão oral.

De uma forma geral as crianças sentem-se motivadas e envolvem-se mais no processo de aprendizagem de uma língua quando têm a oportunidade de a usar de forma criativa e divertida (Wright, Betteridge & Buckby, 2010), na qual devem desenvolver-se tarefas com uma dimensão lúdica.

A construção desta experiência chave, fez com que eu evoluísse significativamente, quer ao nível pessoal como profissional. Deparei-me como uma realidade nova, onde a formação que detinha não era suficiente para facilitar a aprendizagem da língua

portuguesa como língua não materna na criança. Dessa forma, motivei-me para investigar e alargar os meus horizontes nesta área.

A evolução profissional ao longo do estágio, foi evidente. De facto, ao iniciar o estágio no 1.º CEB encontrava-me ansiosa e apreensiva, porém com o decorrer do estágio, não só a elaboração da própria planificação foi sendo adaptada à turma, como também me fui apercebendo de que, muitas vezes, as atividades não podem ser concluídas no mesmo dia, dadas as dificuldades ou questões dos alunos. Na verdade, a planificação é flexível e, na prática, pode ser melhorada, alterando estratégias ou conteúdos, considerando o contexto da turma. Caldeira, Pereira e Silveira-Botelho (2017) referem que a formação inicial de educadores e professores: tem como objetivo principal o desenvolvimento pessoal e profissional de cada estudante, contemplando uma avaliação predominantemente formativa. Aprender é um processo gradual e o aluno vai reestruturando o seu conhecimento através das atividades que observa, analisa, prepara, vivencia e reflete entre pares, com os orientadores e supervisores.

O estágio foi sem dúvida um processo desafiador, porém bastante importante e prazeroso de concretizar. Ao longo do estágio consegui evoluir através das reflexões que fui realizando, e dos erros que fui cometendo. Todo o processo, desde a observação das aulas até à sua execução foi realizado com determinação e afinho tendo sempre em vista a aprendizagens dos alunos de uma forma desafiadora e divertida. Considero essencial manter-me o mais atualizada possível em todas as áreas do saber, visto que, a autoconfiança e a segurança nos conhecimentos que se detém vão-se refletir na aprendizagem das crianças.

3.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico

A experiência 2.º CEB foi totalmente diferente da do 1.º CEB, o que me permitiu uma evolução maior.

As semanas de observação foram fulcrais para saber qual o caminho a delinear durante o ano letivo, para tal as notas de campo foram imprescindíveis. Durante a observação foi

possível reconhecer as características das turmas, assim como da atuação das professoras cooperantes.

No que concerne à turma de Matemática (5.º ano), esta era bastante interessada e participante. No geral, os alunos permitiram que as aulas fossem dinâmicas e que se usassem diferentes metodologias e estratégias. Relativamente à turma de Ciências Naturais (6.º ano), esta caracterizava-se por ser uma turma bastante heterogénea, existindo alunos participativos e interessados e a maioria que necessitava de um apoio e supervisão constante, com um comportamento nem sempre adequado.

Foi de extrema importância ter contactado com alunos, tanto do 5.º como do 6.º ano, visto que a maturidade é diferente. As planificações que elaborei para as minhas intervenções foram sempre apresentadas atempadamente, de acordo com as indicações das professoras cooperantes, tendo sido realizado ajustes pelos professores cooperantes e pelas docentes da ESEC.

Enquanto estudante do ensino superior cada vez mais perto de terminar o percurso académico e, refletindo sobre o papel na vida das futuras gerações, olho para esta pandemia com um olhar de inovação e mudança nas práticas pedagógicas. Deste modo, a situação pandémica em que vivemos, levou-me a pesquisar, a encontrar soluções para ultrapassar as dificuldades que iam surgindo ao longo da planificação das propostas de Matemática e de Ciências Naturais, a fim de cumprir com o principal objetivo que passa por promover aprendizagens significativas, contextualizadas e duradouras para os alunos.

Em suma, este estágio teve contributos fundamentais para o meu crescimento pessoal, mas fundamentalmente profissional, no que se refere a aspetos como a adaptação ao novo paradigma da educação, à implementação de prática pedagógicas mais inovadoras e à minha preparação perante esta situação que pode ser o futuro.

3.2.1. Matemática

O estágio na área da Matemática decorreu do seguinte modo: quatro semanas de observação de aulas da professora cooperante e uma semana de prática letiva alternada entre mim e o meu par de estágio. No total lecionei cinco semanas, sendo que cada uma

era constituída por duas aulas de noventa minutos e uma de quarenta e cinco minutos. Ao longo das minhas intervenções tentei articular os conteúdos, de forma que o ensino não fosse fragmentado. Ao longo do estágio, utilizei diferentes estratégias e metodologias, como a aprendizagem cooperativa. Lopes e Silva (2008) defendem que a interação entre pares pode ser promovida através de diversas estratégias utilizadas na metodologia da aprendizagem cooperativa, visto que é essencial na obtenção do sucesso escolar dos alunos.

Concluo referindo que foi fulcral o planeamento, a execução e a reflexão das aulas. Além disso, o apoio que foi dado pela professora cooperante, pela minha colega de estágio e pela professora supervisora desta Unidade Curricular, permitiu-me evoluir ao longo das semanas de intervenção.

3.2.2. Ciências Naturais

O estágio na área de Ciências Naturais decorreu do seguinte modo: quatro semanas de observação de aulas da professora cooperante e uma semana de prática letiva alternada entre mim e a minha colega de estágio, tal como aconteceu na área de Matemática. Neste estágio lecionei cinco semanas de aulas, sendo cada semana constituída por três aulas de quarenta e cinco minutos. Realço a importância da professora cooperante que nos solicitava, a mim e à minha colega de estágio, para participar em atividades extra-aula que foram essenciais para o conhecimento da comunidade escolar em que nos encontrávamos.

Nas aulas de Ciências Naturais realizei poucas vezes atividades práticas laboratoriais devido à curta duração das aulas. Todavia, se fosse possível realizar mais vezes as aprendizagens seriam mais significativas. “As atividades práticas colocam os alunos diante de situações e desafios que mobilizam o seu potencial intelectual, enquanto estuda para compreendê-los ou melhorá-los.” (Cardoso, 2013, p.17).

Este estágio, especificamente nesta disciplina, permitindo-me evoluir e sentir-me mais confiante.

3.3. Considerações Finais

Para os futuros professores a formação inicial é a base de todo o seu percurso profissional. Assim, é fulcral que a formação inicial de professores possibilite a aquisição e o desenvolvimento do conhecimento necessário ao desempenho profissional (Branco & Ponte, 2014). Desta forma, deve assumir-se a postura do professor reflexivo articulando os saberes da prática e da teoria, numa busca de crescimento pessoal e profissional, reconhecendo a importância dos contributos de todos os intervenientes nos processos de ensino e de aprendizagem (Pratas, 2018).

Relativamente ao ensino da Matemática, a dinâmica da sala de aula deve favorecer uma aprendizagem exploratória, tal como temos vindo a defender no presente estudo. Esta aprendizagem permite um melhor envolvimento dos alunos nas tarefas propostas, cria ambientes mais produtivos e desafiantes (Guerreiro et al., 2016), permite momentos de trabalho diversificados, como o trabalho autónomo e as discussões em grande grupo (Branco & Ponte, 2014). Logo, os estágios inseridos na formação inicial de professores permitem que o futuro docente comece a integrar este tipo de metodologias nas suas aulas, percebendo as suas potencialidades e desafios através da prática. Além disso é de extrema importância que haja um grande domínio dos conteúdos científicos, visto que o contacto inicial com a dimensão curricular e com o contexto escolar pode ser bastante complexo.

Para que a aprendizagem dos alunos seja favorecida, é essencial a escolha correta dos materiais a utilizar enquanto modelos para apoiar a exploração das tarefas. Além disso, terá de se analisar qual o material que mais se adequa à atividade a realizar de acordo com as aprendizagens pretendidas.

Este estudo sugere uma abordagem dos números racionais que dá uma atenção especial à compreensão dos conceitos, em vez de se centrar apenas nas operações com frações, como tantas vezes acontece, o que tem implicações muito positivas para a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2007).

Desta forma, considero que todos os conteúdos teóricos abordados ao longo do mestrado foram fulcrais para a minha formação e para o meu desenvolvimento profissional.

Ao longo dos dois anos a evolução dos estágios foi clara. Visto que no estágio do 1.º CEB cumprir o que tinha planificado era bastante importante. Todavia, com o decorrer do estágio tanto a planificação como as atividades podem não ser terminadas, devido a imprevistos que possam decorrer. No fim do estágio do 1.º CEB, já não me preocupava tanto com a execução completa da planificação, mas com a utilização de diversos métodos que proporcionassem aprendizagens significativas.

No 2.º CEB, uma vez que como PE tinha um ano letivo de experiência, sentia-me mais à vontade na condução das aulas. Apesar disso, o contexto era completamente diferente, ao qual me fui adaptando ao longo do tempo, tais como (diferentes disciplinas, turmas e conteúdos).

Foi uma mais valia ter estagiado nos dois primeiros ciclos do ensino básico, pois notei uma evolução pessoal e profissional, na qual realço, que os dois primeiros ciclos de ensino são fulcrais e nos quais tem de se dar mais importância à educação.

O facto de ter planeado e implementado uma experiência de ensino a partir das dificuldades que os alunos tinham, neste caso, acerca das frações, foi essencial para aprofundar conhecimentos científicos na área da Matemática bem como as minhas capacidades de refletir enquanto PE.

O final do Mestrado e dos estágios é o início de um longo período de desenvolvimento pessoal e profissional. Como defende Lopes e Silva (2010, p. 107), depois de passar pela formação inicial, o professor passa a ser um “participante ativo de um processo permanente de construção e reconstrução de saberes e prática, com reflexos nos contextos educativos e na qualidade de educação”. Dessa forma é que um professor pode conduzir à mudança e inovação, assumindo um “papel ativo na educação” (Alarcão, 1996, p. 176; Lopes & Silva, 2010).

Concluindo, o trabalho aqui mencionado é o fim desta etapa e o início de uma nova etapa que vai ser um enorme desafio, ou seja, ser professora.

Referências Bibliográficas

- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação*. Porto: Edições ASA.
- Alarcão, I. (1996). Ser Professor Reflexivo. In Alarcão, I., *Formação Reflexiva de Professores Estratégias de Supervisão* (pp. 171-189). Porto: Porto Editora.
- Analuisa, C., Freire, C., & Gracés, A. (2017). Juegos Digitales en Educaión Primaria: percepciones de profesores sobre su utilización en clases. In D. Alves, H. Pinto, I. Dias, M. O. Abreu, & R. Muñoz (Org.), *Livro de Atas da VI Conferência Internacional IPCE – Investigação, Práticas e Contextos em Educação 2017* (pp. 278-283). Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria.
- Araújo, D. (2014). *As Representações Usadas por Alunos do 2.º ano na Resolução de Problemas* [Relatório de Investigação, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal]. Repositório Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal
https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/7980/1/Relat%C3%B3rio%20Projeto%20de%20Investiga%C3%A7%C3%A3o_Diana%20Ara%C3%BAjo%20On_%C2%BA120140020%20.pdf
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Barnett-Clarke, C., Fisher, W., Marks, R. & Ross, S. (2010). *Developing essential understanding of rational numbers for teaching Mathematics in grades 3-5*. Reston, VA: NCTM
- Barron, B., & Levinson, A. (2019). Digital Media as a Catalyst for Joint Attention and Learning. In P. Kuhl, S. Lim, S. Guerriero, & D. Damme (Eds.), *Developing Minds in the Digital Age: Towards a Science of Learning for 21st Century Education* (pp. 105-114). OECD: Organisation for Economic Cooperation and Development.
<https://doi.org/10.1787/562a8659-en>
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 92- 127). New York: Academic Press.
- Berg, B. L. (2004). *Qualitative Research Methods for the Social Sciences*. Boston: Pearson Education.
- Bogdan, R & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa De Educação*, 26(1), 253–286. <https://doi.org/10.21814/rpe.3259>
- Braga, F. (2004). *Planificações novos papeis, novos modelos*. Porto. Edições Asa.
- Branco, N., & Ponte, J. P. (2014). Articulação entre Pedagogia e Conteúdo na Formação Inicial de Professores dos Primeiros Anos: uma experiência em Álgebra. In Ponte, J. P. (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 379-405).

- <https://rosaurasoligo.files.wordpress.com/2014/12/prc3a1ticas-profissionais-dos-professores-de-matemc3a1tica-joc3a3o-pedro-da-ponte-org.pdf>
- Brocardo, J. (2010). Trabalhar os números racionais numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. *Educação Matemática*, 109, 19-22. <https://core.ac.uk/download/pdf/62692123.pdf>
- Brocardo, J. & Serrazina, L. (2008). *O sentido do número no currículo de Matemática*. Lisboa. Escolar Editora.
- Bussi, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 746-783). Routledge. <https://staff-old.najah.edu/sites/default/files/Semiotic%20mediation%20in%20the%20mathematics%20classroom.pdf>
- Caldeira, M. F., Pereira, P. C., & Silveira-Botelho, T. (2017). Supervisão e avaliação da prática profissional no ensino superior. *Educação para o desenvolvimento*, 4, 47-69.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. *Educação matemática*, 115, 11-17. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/APCanavarro%202011%20EM115%20pp11-17%20Ensino%20Explorat%C3%B3rio.pdf>
- Cardoso, F. (2013). *O Uso de atividades práticas no ensino das ciências: na busca de melhores resultados no processo de ensino e aprendizagem*. [Relatório de Investigação, Centro Universitário Univates]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. <https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/380/1/Fab%C3%ADola%20de%20SouzaCardoso.pdf>
- Cardoso, J. (2016). *Ensinar frações no 5.º ano de escolaridade: Um estudo sobre as práticas de uma professora*. [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Setúbal]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/11125/1/Relat%c3%b3rio%20de%20est%c3%a1gio_vers%c3%a3o%20definitiva_Joana%20Cardoso.pdf
- Carneiro, L., Garcia, L., & Barbosa, G. (2020). Uma Revisão sobre Aprendizagem Colaborativa Mediada por Tecnologias. Desafios – *Revista Interdisciplinar da Universidade Federal do Tocantins*, 7 (2), 52-62. <http://dx.doi.org/10.20873/uftv-7255>
- Chainho, A. (2015). *A Aprendizagem dos números racionais no ensino básico. Um estudo no 3.º ano do 1.º ciclo*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Beja]. Repositório do Instituto Politécnico de Beja. <https://repositorio.ipbeja.pt/bitstream/20.500.12207/4623/1/Ana%20Paula%20Chainho.pdf>
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisting a theorical model of fractions: implications for teaching and research. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.),

- Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 233-240). Melbourne: PME
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). *Drawing on a theoretical model to study students' understanding of fractions*. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 293-316.
- Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C., (2004). *Fracciones y números racionales positivos*. *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. (pp. 221-237) Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6.^a ed). Londres: Routledge.
- Costa, F. (2007). *Tecnologias em educação – um século à procura de uma identidade*. In F. Costa, H. Peralta, & S. Viseu (Orgs), *As TIC na educação em Portugal – Conceções e Práticas* (pp. 14-30). Porto: Porto Editora.
- Cramer, K., & Henry, A. (2002). Using Manipulative Models to Build Number Sense for Addition of Fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions: 2002 Yearbook* (pp. 41-48). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação-ação: metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista Psicologia, Educação e Cultura*, 13(2), 355-379.
- Duarte, P. (2012). *Relatório de Estágio Profissional*. [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação João de Deus]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/4604/1/Sofia%20Duarte.pdf>
- Elliot, J. (1991). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- Feteira, S. (2012). *Os números racionais, na sua representação por frações, nos primeiros anos de escolaridade*. [Relatório de Trabalho de Projeto. Escola Superior de educação de Leiria]. Repositório do Instituto Politécnico de Leiria https://iconline.ipleiria.pt/bitstream/10400.8/729/1/Relat%c3%b3rio_Selma%20dos%20Santos%20Feteira.pdf
- Freitas, R. C. (2019). Contribuições do aplicativo multibase em tablets para a compreensão do “vai um” e “empresta um” em operações de adição e subtração. *Revemat*, 14(1), 1-19.
- Gonçalves, F. (2011). *Números Naturais e Subtração: um estudo no 1.º ciclo*. [Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/29565/1/ulfpie039883_tm.pdf
- Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. (2016). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetike*, 23(2), 279-295. <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>

- Henriques, J., & Gil, H. (2017). O Podcast: Ferramenta Digital em Contexto Educativo no 1.º CEB. In D. Alves, H. Pinto, I. Dias, M. O. Abreu, & R. Muñoz (Org.), *Livro de Atas da VI Conferência Internacional IPCE – Investigação, Práticas e Contextos em Educação 2017* (pp. 182-190). Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria.
- Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Hevner, A. (2007). A Three Cycle View of Design Science Research. *Scandinavian Journal of Information Systems*, 19(2), 87-92.
- Hevner, A., March, S., Park, J., & Ram, S. (2004). Design Science in information systems research. *MIS Quarterly*, 28(1), 75-105.
- Hortênsio, A. (2020). *A Influência da Plataforma Hypatiamat na Resolução de Situações Problemáticas Envolvendo a Adição e Subtração*. [Relatório Final do Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal.
https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/33215/1/ANA_HORTENSIO.pdf
- Hoyer, J. (2005). *Technology integration in education: the dilemma of shifting paradigms*. *International Journal of Learning*, 12(6), 1–8.
- Jonassen, D. H. (2007). *Computadores, Ferramentas Cognitivas - Desenvolver o pensamento crítico nas escolas*. Porto: Porto Editora.
- Kieren, T. (1993). Fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 49-84). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed), *Secondhandbook ok mathematics teaching and learning* (pp 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Liggett, R. S. (2017). *The Impact of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students*. *Brock Educational Journal*, 26(2), 87-101.
- Lopes, J. & Silva, H. S. (2008). *Métodos De Aprendizagem Cooperativa Para o Jardim-De-Infância*. Maia: Areal Editores.
- Lopes, J. & Silva, H. (2009). *A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula – Um Guia Prático para o Professor*. Lisboa: Grupo Lidel.
- Lopes, J., & Silva, H. S. (2010). Desenvolvimento profissional do professor. In J. Lopes, & H. S. Silva, *O professor faz a diferença* (pp. 105-110). Lisboa: Lidel.
- Lopes, T., & Leivas, J. (2017). Contar nos dedos: a conceitualização de número e a operação da adição. *Revista Pedagogia em foco*, 12(7), 157-174. Acedido em: https://www.researchgate.net/publication/318279699_CONTAR_NOS_DEDOS_A_CONCEITUALIZACAO_DE_NUMERO_E_A_OPERACAO_DA_ADICAO

- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.
- Ma, L. (2009). *Saber e ensinar matemática elementar*. Coleção Temas de Matemática. Lisboa: Gradiva.
- Magina, S., Bezerra, F., Spinillo, A. (2009). Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*. 90 411-432. https://www.researchgate.net/publication/342571798_1435-Texto_do_artigo-1405-1-10-20190820_artigo_RBEP_2009_Spinilo_Magina_Bezerra
- Mamede, E. (2011). Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino. *Atas do Profmat*. Universidade do Minho.
- Marques, A. (2018). *A Modelação Matemática como Ambiente de Aprendizagem e uso do Material Multibásico na Divisão Inteira: uma experiência de ensino no 3.º ano do 1.º CEB*. [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/25226>
- Martins, N., Lopes, B., Cravino, J., Costa, C., & Martins, F. (2018). O uso de manipulativos virtuais na compreensão do algoritmo da adição. In Lopes, R. P., Pires, M. V., Castanheira, L., Silva, E. M. Santos, G., Mesquita C., & Vaz, P., (Eds.), *Livro de atas do 3.º Encontro Internacional de Formação na Docência*, INCTE 2018 (pp. 966-978). Bragança, Portugal: Instituto Politécnico de Bragança (ISBN: 978-972-745 241-5)
- Martins, N., Martins, F., Lopes, B., Cravino, J., & Costa, C. (2018b). The Use of Applets in Understanding Fundamental Mathematical Concepts in Initial Teacher's Training. In M. Tsitouridou, J. A. Diniz, T. Mikropoulos (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education* (pp. 307-318). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-20954-4>
- Martins N., Martins F., Lopes B., Cravino J., & Costa C. (2019). The Use of Applets in Understanding Fundamental Mathematical Concepts in Initial Teacher's Training. In: Tsitouridou M., A. Diniz J., Mikropoulos T. (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education*. TECH-EDU 2018. Communications in Computer and Information Science, vol 993. Springer, Cham.
- Martins, S. (2020). Applets como artefactos de mediação semiótica na formação inicial de professores na Licenciatura em Educação Básica. *Quadrante*, 29 (1), 74-96.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense*. For the Learning of Mathematics, 12(3), 2-8 e 44
- Medeiros, M. (2002). A Investigação-Ação-Colaborativa como estratégia de formação inicial de professores na promoção do ensino da escrita. *Revista Portuguesa de Educação*, 15 (1), 169-192
- Mercado, L. (2015). *A Internet como ambiente auxiliar do professor no processo ensino aprendizagem*. Universidade Federal de Alagoas. <https://repositorial.cuaieed.unam.mx:8443/xmlui/bitstream/handle/20.500.12579/4232/45.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Ministério da Educação [ME] (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: MEC.
- Monaghan, J., Trouche, L., & Borwein, J. M. (2016). *Tools and mathematics*. Berlin: Springer International Publishing.
- Monteiro, M. C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-108.
- Monteiro, C., Pinto, H. & Figueiredo (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Montenegro, P. (2019). O papel das representações visuais na aprendizagem da Matemática no 2.º ciclo de escolaridade. [Tese de Doutoramento, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro]
- Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações Piracicaba*, 24(1), 55-68.
- Moos, D., & Azevedo, R. (2008). *Monitoring, planning, and self-efficacy during learning with hypermedia: The impact of conceptual scaffolds*. *Computers in Human Behavior*, 24(4), 1686-1706. doi: 10.1016/j.chb.2007.07.001.
- Moss, J., & Case, R. (1999). Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: a new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122–147.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças Fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J. & Bell, D. (2004). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. *Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences*, 28-31. Paris.
- OECD. (2019). *PISA 2018 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science*. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.
- Pinto, H. (2011). *O Desenvolvimento do Sentido da Multiplicação e da Divisão de Números Racionais*. [Tese de Doutoramento em Didática da Matemática, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4516>
- Pinto, R. (2014). *As aplicações hipermédia podem promover o sucesso escolar e a autorregulação da aprendizagem? Análise da eficácia de uma aplicação hipermédia*. [Tese de Doutoramento, Instituto de Educação da Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho.

<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/35846/1/Ricardo%20Manuel%20Neves%20Pinto.pdf>

Pires, D., Santos, P., Santiago, A., & Martins, F. (2020). Adição de números racionais usando a plataforma Hypatiamat. In Martins, F., Mota, L., & Espada, S. (Eds.), *A Formação de Professores e Educadores: Das Políticas às Práticas Supervisionadas* (269-285). Escola Superior de Educação de Coimbra.

Ponte, J. (2003). A crise no ensino da Matemática. *Educação Matemática*, 71, 3-8

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Ed.) *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.

Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the Learning, teaching, and assessing of rational number concepts. In T. Carpenter & E. Fennema (Eds.), *Research on the learning, teaching, and assessing of rational number concepts* (pp. 327-362). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1986). *Research-based observations about children's learning of rational number concepts*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 8(1), 39-48.

Pratas, R., Rato, V., & Martins, F. (2016). Modelação Matemática como prática de sala de aula: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição. In A. P. Canavaro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-48). Évora: Universidade de Évora.

Preckel, F., Holling, H., & Vock, M. (2006). Academic underachievement: relationship with cognitive motivation, achievement motivation, and conscientiousness. *Psychology in the Schools*, 43(3), 401- 411. doi: 10.1002/pits.20154.

Santos, L. (2015). Representações Matemáticas. In Pires, M. V., Ferreira, R. T., Domingos, A., Martins, C., Martinho, H., Vale, I., Amado, N., Carreira, S., Pimentel, T., & Santos, L. (Eds.), *Atas do EIEM 2015 Investigação em Educação Matemática*. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 3-5.

Santos, R. (2019). *O Uso do Material Multibásico e das Representações na Compreensão do Algoritmo Usual da Subtração* [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/29276/1/RAQUEL_SANTOS.pdf

Silva, M. (2006). *Sala de aula interativa* (4.ª edição). Rio de Janeiro: Quartet Editora.

Silva, R. (2018). *Modelação Matemática como Ambiente de Aprendizagem: O Uso de Manipulativos Virtuais no Desenvolvimento dos Sentidos da Adição e da Subtração* [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/24168/1/RICARDO_SILVA.pdf

- Silva, A., & Gomes, L. (2017). A Teoria de Aprendizagem de Bruner e o Ensino de Ciências. *Arquivo do Museu Dinâmico Interdisciplinar – I Simpósio de Pesquisa em Educação para a Ciência*, 21 (3), 13-25. Maringá: Universidade Estadual de Maringá Smith, P., Rudd, P., & Coghlan, M. (2008). *Harnessing Technology Schools Survey 2008: report 2: data*.
- Sousa, A. (2014). *O Ensino e a Aprendizagem das Frações no 2.º Ano de Escolaridade Num Contexto de Ensino Exploratório*. [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação E Ciências Sociais de Leiria]. Repositório Institucional de Informação Científica do Instituto Politécnico de Leiria. <https://iconline.ipleiria.pt/bitstream/10400.8/1610/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Final1.pdf>
- Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios*. Lisboa: Pactor.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting Mathematics Manipulative Materials. *Australian Association of Mathematics Teachers*, 15(2), 13-19.
- Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino*. [Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa.
- Ramos, J. (2008). Reflexões sobre a utilização educativa dos computadores e da Internet na escola. In F. Costa, H. Peralta, & S. Viseu. (Orgs.). *As TIC na educação em Portugal – Conceções e Práticas* (pp. 143-169). Porto: Porto Editora.
- Reis, C. (2009). *Programas de Português do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.
- Rodrigues, R. (2021). *O uso do Tabuleiro Decimal na compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal e dos sentidos das operações*. [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/36198/1/RITA_RODRIGUES.pdf
- Tavares, R., & Gil, H. (2017). Utilização de Recurso Digital (Internet) e Utilização de Recurso Analógico (Manual Escolar) no 1.º CEB: Um estudo comparativo na Prática de Ensino Supervisionada. In D. Alves, H. Pinto, I. Dias, M. O. Abreu, & R. Muñoz (Org.), *Livro de Atas da VI Conferência Internacional IPCE – Investigação, Práticas e Contextos em Educação 2017* (pp. 191-197). Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria.
- Ventura, H., & Oliveira, H. (2014). Uma abordagem paralela das várias representações dos números racionais através de tarefas que promovem o modelo da barra numérica. In J. Ponte (org.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 83-112).
- Verdasca, J., Neves, A., Fonseca, H., Fateixa, J., Procópio, M., & Magro-C, T. (2020). Melhorar aprendizagens em Matemática pelo uso intencional de recursos digitais.

Coleção Estudos PNPSE (Ed.). *O Hypatiamat como intervenção preventiva na CIM do Ave*. <https://pnpse.min-educ.pt/estudo4>

Vygotsky, L. (1962). *Thought and Language (Pensamento e linguagem)*. Cambridge MA: MIT Press.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological process*. Cambridge MA: Harvard University Press.

UNESCO (2008). *ICT competency standards for teachers: competency standards modules*. Paris: UNESCO.

Uribe-Flórez, L. J., & Wilkins, J. L. (2017). Manipulative Use and Elementary School Students' Mathematics Learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 1541–1557.

Walliman, N. (2011). *Research methods: The basics*. (2nd ed.). Routledge.

Wright, A., D. Betteridge & M. Buckby (2010) *Games for language learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wu, H. (2005). Key Mathematical Ideas in Grades 5-8. *NCTM*. 1-3 <https://math.berkeley.edu/~wu/NCTM2005a.pdf>

Zuber-Skerritt, O. (1996). *Action Research in Higher Education: Examples and Reflections*. (1st ed.). Kogan Page.





5. APÊNDICES

Apêndice 1: Tarefas da Fase Inicial

Nome: _____ Data: _____

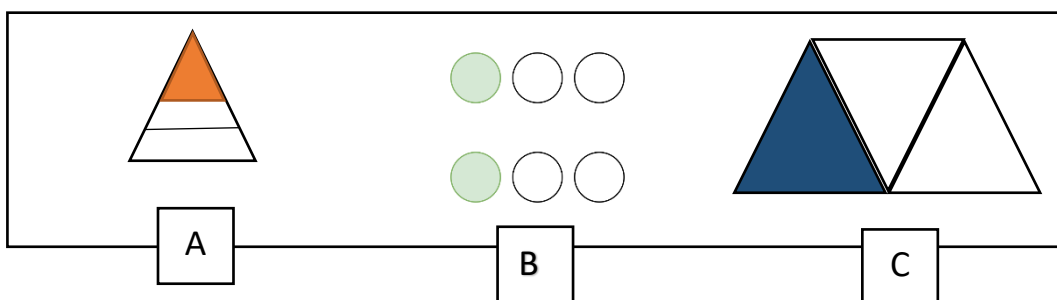
Lê com **atenção** todas as questões. Responde a cada uma delas indicando **todos os cálculos e raciocínios** que efetuares.

1. Completa a tabela.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
				
				
				
				

2. Em quais das figuras representadas está representado $\frac{1}{3}$?

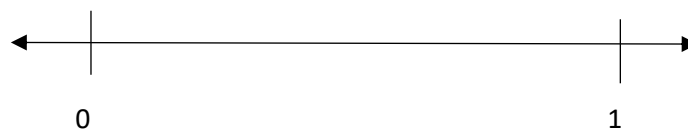
Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.



R.: _____

3. Assinala com X, na reta numérica o ponto que corresponde à representação de $\frac{3}{4}$.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.



R.:

4. Observa as seguintes barras coloridas e responde às questões:



4.1 Qual é a cor da barra em que cada parte corresponde à metade da barra azul? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

4.2. Qual é a cor da barra que corresponde à quarta parte da barra azul? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras

R.: _____

5. Compara os números representados sob a forma de fração utilizando os sinais de $<$, $>$ ou $=$.

a) $\frac{3}{5} \square \frac{4}{9}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

b) $\frac{2}{6} \square \frac{1}{2}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

c) $\frac{2}{4} \square \frac{4}{8}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Apêndice 2: Níveis dos alunos na Fase Inicial

Alunos	Tarefas					Nível dos alunos
	1	2	3	4	5	
A	1	1	2	2	1	1
B	1	1	1	2	1	1
C	2	2	3	2	2	2
D	3	2	2	3	2	2

Apêndice 3: Objetivos das tarefas da Fase Inicial

	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4	Tarefa 5
1	Representar sob a forma de fração.	Identificar as figuras que representam $\frac{1}{3}$ – B, C	Dividir a unidade em quatro partes iguais.	Identificar as barras em que cada parte corresponde à representação da metade e à representação da quarta parte da barra azul.	Representar por duas frações.
2	Identificar o numerador e o denominador.		Identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{3}{4}$.		Apresentar o sinal para comparar os números representados por frações.
3	Escrever a leitura da fração.				

Apêndice 4: Tarefas da Sessão de Exploração – Sessão 1

Nome: _____ Data: _____

Lê com atenção todas as questões.

1. Ouve as instruções com atenção e resolve questões do nível 1.



2. Ouve as instruções com atenção e resolve questões no nível 2.



3. Ouve as instruções com atenção e resolve questões do nível 3.



Apêndice 5: Tarefas da Sessão 2 da Fase de Intervenção

Nome: _____ Data: _____

Lê com **atenção** todas as questões. Responde a cada uma delas indicando **todos os cálculos e raciocínios** que efetuares.

1. Na biblioteca da EB1 (...), o André leu $\frac{2}{5}$ de um livro e o Francisco leu $\frac{3}{5}$ de outro livro com o mesmo número de páginas. Qual dos amigos leu um maior número de páginas?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

2. O Juvêncio comeu $\frac{4}{9}$ de um bolo e o Leandro comeu $\frac{4}{6}$ de outro bolo com o mesmo tamanho. Qual dos amigos comeu uma maior quantidade de bolo?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

Apêndice 6: Tarefas da Sessão 3 da Fase de Intervenção


Nome: _____ Data: _____

Lê com **atenção** todas as questões. Responde a cada uma delas indicando **todos os cálculos e raciocínios** que efetuares.

1.

a) Dobra uma folha de papel em 4 partes iguais e pinta de azul $\frac{1}{4}$ da folha e de laranja $\frac{3}{4}$.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.



b) Dobra outra folha de papel igual em 8 partes iguais e pinta de castanho $\frac{2}{8}$ e de vermelho $\frac{6}{8}$.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.



2. Compara a folha que está dividida em 4 partes iguais com a que está dividida em 8 partes. Completa usando os sinais $<$, $>$ ou $=$.

$$\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

$$\frac{3}{4} \square \frac{4}{8}$$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

$$\frac{1}{4} \square \frac{6}{8}$$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

3. O António comeu $\frac{3}{4}$ de um chocolate e a Francisca comeu $\frac{2}{8}$ de um chocolate igual. Qual dos amigos comeu uma maior quantidade de chocolate?

R.: _____

Apêndice 7: Tarefas da Sessão 4 da Fase de Intervenção

Nome: _____ Data: _____

Lê com **atenção** todas as questões. Responde a cada uma delas indicando **todos os cálculos e raciocínios** que efetuares.

1. Ouve as instruções com atenção e resolve a seguinte questão.

The screenshot shows the hypaMAT interface. At the top, there's a navigation bar with "Quero resolver questões de..." and a "Login" button. Below this, there are dropdown menus for "Frações" and "Representação por frações". To the right, there's a checkbox for "Só exames nacionais/internacionais:" with "Sim" and "Não" options. The main content area displays "Nível: 1" and "3 de 87". The problem text reads: "Pinta na figura uma parte (do todo - número total de peixes no aquário), representada pela seguinte fração: $\frac{1}{3}$." Below the text is an illustration of a fishbowl containing 12 fish. To the right of the fishbowl is a large empty box for drawing, with a "Verificar" button below it. At the bottom right, there's a score display showing "3" likes, "0" correct answers, and "0" incorrect answers.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

2. Ouve as instruções com atenção e resolve a seguinte questão.

Quero resolver questões de...

Frações

Representação por frações

Só exames nacionais/internacionais:

☐ Sim
 ☒ Não

Nível: 1

5 de 87

No aeroporto Sá Carneiro estão estacionados os aviões indicados na figura. Na próxima hora irão partir $\frac{3}{10}$ dos aviões estacionados. Pinta na figura o número de aviões que não irão partir na próxima hora.

Verificar

gostos 1

✓ 0

✗ 0

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

3. Ouve as instruções com atenção e responde à seguinte questão.

Quero resolver questões de...

Frações

Representação por frações

Só exames nacionais/internacionais:
☐ Sim ☒ Não

Nível: 1 61 de 87

Escreve uma fração que represente a parte (do todo) pintada na figura.


R:

Verificar

Numeral decimal Fração

gostos 0

0 0



Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: —

Apêndice 8: Planificação das sessões de intervenção**Sessão de Exploração – Sessão 1 – 13/5**

Área Curricular	Conteúdos	Metas/objetivos	Atividades e Avaliação	Tempo	Recursos e Materiais
Matemática	NO3 Números racionais não negativos	Permitir perceber o computador como uma ferramenta educativa, por oposição à noção exclusiva de ludicidade; Familiarizar com o ambiente de trabalho e os instrumentos. . .	Distribuição do guião de exploração. Professor como mediador: acompanha os alunos intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução das tarefas propostas.	5 min 45 min.	Tarefas; Computador; Material de escrita.

Sessão 2 – 20/5

Área Curricular	Conteúdos	Metas/objetivos	Atividades e Avaliação	Tempo	Recursos e Materiais
Matemática	NO3 Números racionais não negativos	Comparar os números representados sob a forma de fração com o mesmo denominador; Comparar os números representados sob a forma de fração com o mesmo numerador.	Constituição dos grupos de trabalho (pares). Distribuição da reta das frações e da tarefa a realizar. Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares	5 min. 7 min.	Tarefas; “Reta das frações”; Material de escrita; <i>FlashBack Express Recorder</i>

			<p>na resolução da tarefa proposta.</p> <p>Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.</p> <p>Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções).</p> <p>Síntese e feedback.</p> <p>Distribuição da segunda tarefa a realizar.</p> <p>Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente.</p> <p>Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta.</p> <p>Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.</p> <p>Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções).</p> <p>Síntese e feedback.</p>	<p>10 min.</p> <p>5 min.</p> <p>5 min.</p> <p>2 min.</p> <p>7 min.</p> <p>10 min.</p> <p>10 min.</p> <p>5 min.</p> <p>5 min.</p>	
--	--	--	--	--	--

Sessão 3 — 27/5

Área Curricular	Conteúdos	Metas/objetivos	Atividades e Avaliação	Tempo	Recursos e Materiais
Matemática	NO3 Números racionais não negativos	<p>Dobrar uma folha de papel em três partes iguais. Pintar $\frac{1}{3}$ da folha em azul. Pintar $\frac{2}{3}$ da folha em castanho.</p> <p>Dobrar uma folha de papel em seis partes iguais. Pintar $\frac{2}{6}$ da folha em laranja. Pintar $\frac{4}{6}$ da folha em vermelho.</p> <p>Comparar os números representados sob a forma de fração: $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{6}$. Comparar os números representados sob a forma de fração: $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{6}$. Comparar os números representados sob a forma de fração: $\frac{1}{3}$ a $\frac{4}{6}$.</p> <p>Identificar a representação sob a forma de fração que corresponde à cor azul.</p>	<p>Constituição dos grupos de trabalho (pares).</p> <p>Distribuição das cartolinas e da tarefa a realizar. Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta.</p> <p>Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.</p> <p>Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções). Síntese e feedback.</p> <p>Distribuição das cartolinas e da segunda tarefa a realizar. Professor como mediador:</p>	<p>5 min.</p> <p>7 min.</p> <p>10 min.</p> <p>5 min.</p> <p>5min.</p> <p>2 min.</p>	<p>Tarefas;</p> <p>Cartolinas;</p> <p>Material de escrita.</p> <p><i>FlashBack Express Recorder.</i></p>

		Identificar a representação por fração que corresponde à cor laranja.	acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta.	7 min.	
			Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.	10 min.	
			Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções).	5 min.	
			Síntese e feedback.	5 min.	
			Distribuição da terceira tarefa a realizar. Professor como mediador:	2 min.	
			acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta.	7 min.	
			Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.	10 min.	

			Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções). Síntese e feedback.	5min. 5 min.	
--	--	--	---	---------------------	--

Sessão 4 –3/6

Área Curricular	Conteúdos	Metas/objetivos	Atividades e Avaliação	Tempo	Recursos e Materiais
Matemática	NO3 Números racionais não negativos	Pintar na figura $\frac{1}{3}$ dos peixes. Pintar na figura $\frac{7}{10}$ dos aviões. Escrever a fração $\frac{6}{16}$.	Constituição dos grupos de trabalho (pares) pelos computadores. Distribuição da primeira tarefa a realizar. Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta. Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo. Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções). Síntese e feedback. Distribuição da segunda tarefa a realizar.	5 min. 7 min. 10 min. 5 min. 5 min. 2 min.	Tarefas; Computador; Material de escrita. <i>FlashBack Express Recorder.</i>

			Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta. Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.	7 min.	
			Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções).	10 min.	
			Síntese e feedback.	5 min.	
			Distribuição da terceira tarefa a realizar.	5 min.	
			Professor como mediador: acompanha os diversos grupos, intervindo adequadamente. Os alunos trabalham em pares na resolução da tarefa proposta. Depois de o professor solicitar a atenção de todos, apresentação de resultados de cada grupo.	2 min.	
			Validação e discussão (reflexão sobre diferentes soluções).	7 min.	
			Síntese e feedback.	10 min.	
				5 min.	
				5 min.	

Adaptado de Ferri (2010)

Apêndice 9: Tarefas da Fase Final

Nome: _____ Data: _____

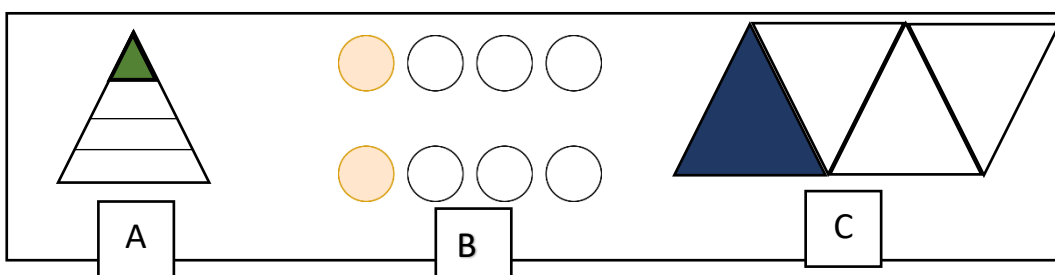
Lê com **atenção** todas as questões. Responde a cada uma delas indicando **todos os cálculos e raciocínios** que efetuares.

1. Completa a tabela.

Figura	Fração	Numerador	Denominador	Leitura
				
				
				
				

1. Em quais das figuras representadas está representado $\frac{1}{4}$?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras



R.:

R.: _____

2. Assinala com X, na reta numérica o ponto que corresponde à representação de $\frac{1}{2}$.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.



R.: _____

4. Observa as seguintes barras coloridas e responde às questões:



- 4.1 Qual é a cor da barra em que cada parte corresponde à metade da barra azul? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

R.: _____

- 4.2. Qual é a cor da barra que corresponde à quinta parte da barra azul? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavra

R.: _____

5. Compara os números representados sob a forma de fração utilizando os sinais de $<$, $>$ ou $=$.

a) $\frac{4}{7} \square \frac{6}{7}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

b) $\frac{3}{4} \square \frac{3}{9}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

c) $\frac{2}{3} \square \frac{4}{6}$

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Apêndice 10: Níveis dos alunos na Fase Final

Alunos	Tarefas					Nível dos alunos
	1	2	3	4	5	
A	3	2	3	3	2	3
B	3	2	3	3	1	2
C	3	3	3	3	2	3
D	3	3	3	2	3	3

Apêndice 11: Objetivos das tarefas da Fase Final

	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4	Tarefa 5
1	Representar sob a forma de fração.	Identificar as figuras que representam $\frac{1}{4}$ – B, C	Dividir a unidade em duas partes iguais.	Identificar as barras em que cada parte corresponde à representação da metade e à representação da quinta parte da barra azul.	Representar por duas frações.
2	Identificar o numerador e o denominador.		Identificar na reta numérica o ponto que corresponde ao número representado pela fração $\frac{1}{2}$.		Apresentar o sinal para comparar os números representados por fração.
3	Escrever a leitura da fração.				.

